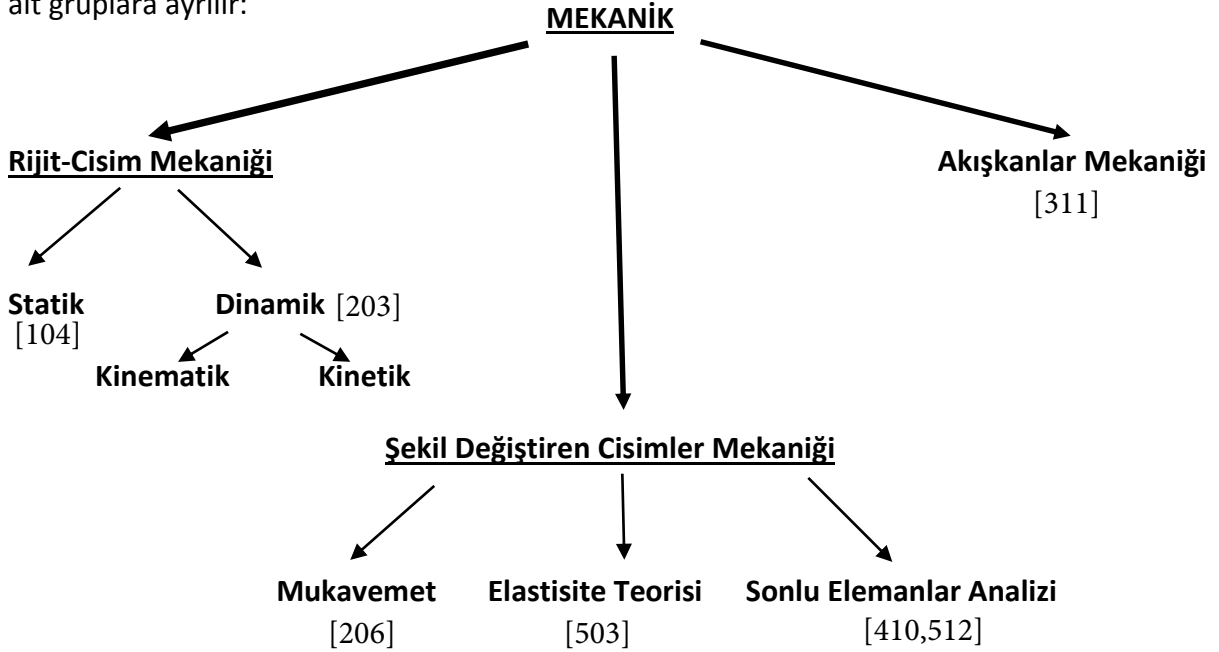


DİNAMİK

12.1. GİRİŞ

Dinamik mühendislik mekaniği alanının bir alt grubudur:

Mekanik: Cisimlerin dış yükler altındaki davranışını inceleyen mühendislik alanıdır. Aşağıdaki alt gruplara ayrılır:



12.2: PARÇACIĞIN KİNEMATİĞİ

- Doğrusal bir yol boyunca hareket eden parçacıkların kinematiki incelenecektir.

Parçacık → Kütlesi vardır; şekli, büyüklüğü (geometrisi) ihmal edilebilir.

- Bu durumda parçacık varsayımı ile cismin hareketi ağırlık merkezinin hareketi ile tanımlanır. Cismin kendi etrafındaki dönüşü ihmal edilebilir.

Parçacık için kinematik parametreler:

- Konum
- Hız
- İvme

Konum:

Konum vektörel bir değerdir (büyüklük ve yönü vardır)

Yer Değiştirme:

Parçacığın konumundaki değişim (Δs)

Yer değiştirme vektörel değerdir.
Parçacığın katettiği mesafeden farklıdır.

Hız:

Vektörel bir değerdir.

Ortalama Hız Vektörü:**Anlık Hız Vektörü:****Sürat:**

İvme:

Yer değiştirme-Hız-İvmenin birbirleri ile olan bağıntıları:

Sabit İvmeli Hareket (Uniformly Accelerated Rectilinear Motion)

1. Zamanın fonksiyonu olarak hız: $V(t)$

2. Zamanın fonksiyonu olarak konum: $s(t)$

3. Konumun fonksiyonu olarak hız: $V(s)$

SABİT İVMELİ DOĞRUSAL HAREKET (12.2. Rectilinear Kinematics)

ÖRNEK 1

Asansör boşluğu içinde bir top 12m yükseklikten 18 m/s ilk hız ile yukarıya doğru fırlatılmıştır. Bu anda asansör 5m yükseklikten 2 m/s sabit hızla yukarıya doğru harekete başlamıştır.

- a. Topun hangi anda ve hangi noktada asansöre çarpacağını bulun.
- b. Top asansöre çarptığında asansöre göre bağlı hızı nedir?

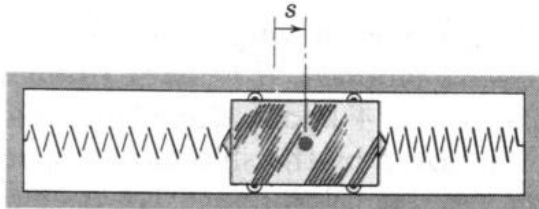
SABİT OLMAYAN İVMELİ DOĞRUSAL HAREKET (12.2. Rectilinear Kinematics)

ÖRNEK 1:

Doğrusal olarak hareket eden bir parçacık $s=2t^3-24t+6$ bağıntısına göre hareket etmektedir (s orijin noktasından hareketi belirtmektedir).

- Parçacığın hızının 72 m/s olması için geçecek süre nedir?
- $v=30$ m/s ise o anda ivme nedir?
- $t=1$ ile $t=4$ saniyeleri arasındaki parçacığın net yerdeğişimesi nedir?

ÖRNEK 2:



Şekilde gösterilen iki yay ile desteklenmiş araba kızıağın içinde sürtünmesi ihmal edilebilir şekilde hareket etmektedir. Araba orta noktadan geçerken ($s=0$ konumu ve $t=0$ anı olarak kabul edilebilir) hızı V_0 'dır. $s=0$ konumunda yaylar sıkışmamış durumdadır ve yayların uyguladığı kuvvet nedeni ile arabanın ivmesi konuma bağlı

olarak değişmektedir. Bu bağıntı $a = -k^2s$ 'dir (k bir sabittir). Arabanın yer değiştirme ' s ' ve hız ' v ' bağıntılarını zamanın fonksiyonu olarak bulun.

12.3: Düzensiz Hareket (Grafik ile Çözüm)

Burada eğer a, v, s 'nin tek bir formülasyonu yoksa (tüm yörünge boyunca a, v, s tek bir formülle ifade edilemiyorsa) hareketi analiz etmek için hareket grafikleri kullanılabilir.

Olası Durumlar

1. $s-t$ grafiğinden $v-t$

2. $v-t$ grafiğinden $a-t$

3. a-t grafiğinden v-t

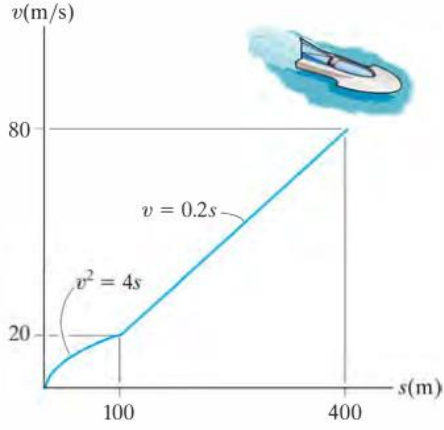
4. v-t grafiğinden s-t

5. a-s grafiğinden v-s

6. v-s grafiğinden a-s

GRAFİK İLE HARKET DOĞRUSAL HAREKET ANALİZİ (12.3 Rectilinear Kinematics: Erratic Motion)

ÖRNEK 1:



Bir tekne düz bir çizgi boyunca yandaki v - s grafiğinde gösterildiği gibi hareket ediyor. s - t & a - s grafiklerini çizin. Teknenin $s=400\text{m}$ mesafe alması için geçen süreyi bulun.

12.4: EĞRİSEL HAREKET (General Curvilinear Motion)

Parçacığın doğrusal değil eğrisel bir yörünge üzerinde hareket ettiğinde oluşan durumdur. Konum, yer değiştirme, hız ve ivme gibi kavramlar bu kısımda yeniden tanımlanacaktır.

Konum:

Yer Değiştirme:

Hız:

İvme:

12.5: EĞRİSEL HAREKET- DİK KOORDİNAT SİSTEMİ (x-y-z)

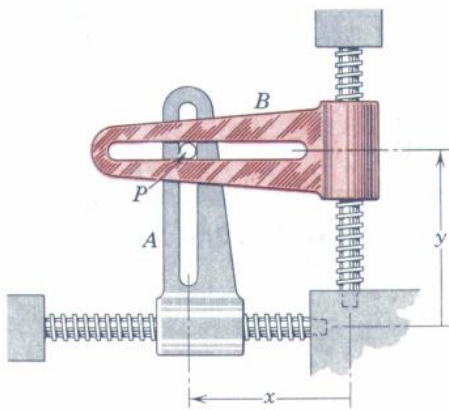
Konum Vektörü:

Hız Vektörü:

İvme:

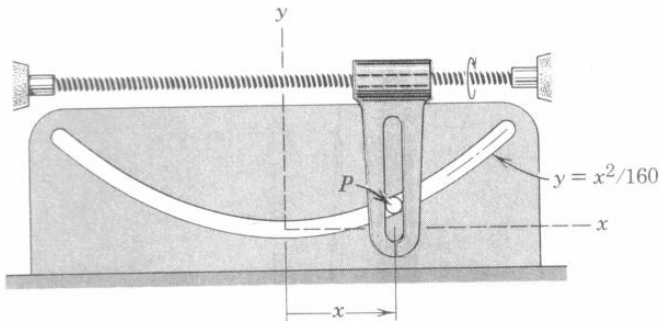
EĞRİSEL HAREKET (DİK KOORDİNAT SİSTEMİ İLE ANALİZ) (12.5. Curvilinear Motion: Rectangular Coordinates)

ÖRNEK 1:



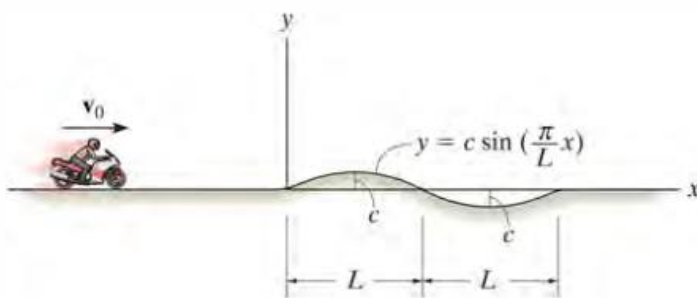
x- ve y- yönlerinde kanalları olan ve bu yönlerde hareket eden iki ayrı parça birbirine 'P' pimi ile tutturulmuştur. 'x' ve 'y' yönündeki hareketin denklemleri sırası ile ' $x=20+(1/4)t^2$ (mm)' ve ' $y=15-(1/6)t^3$ (mm)'tür. $t=2$ anında hız ' $\mathbf{v}$ ' ve ivme ' $\mathbf{a}$ ' vektörlerinin büyüklüklerini bulun.

ÖRNEK 2:



Şekilde gösterilen 'P' pimi vidali mekanizma tarafından sabit 20 mm/s hızı ile x- yönünde hareket ettirilmektedir. Bu pim aynı zamanda konum bağıntısı ' $y=x^2/160$ ' olan bir kanal içinde hareket etmektedir. $x=60\text{mm}$ değeri için pimin hız ve ivmesini bulun.

ÖRNEK 3:



Yanda gösterilen motosiklet sinüs şeklinde bir yol profili üzerinde v_0 hızı ile geçmektedir. Motorun bu profil üzerinde geçerken x- ve y- yönlerindeki hızlarının ifadelerini bulun.

12.6. EĞİK ATIŞ:

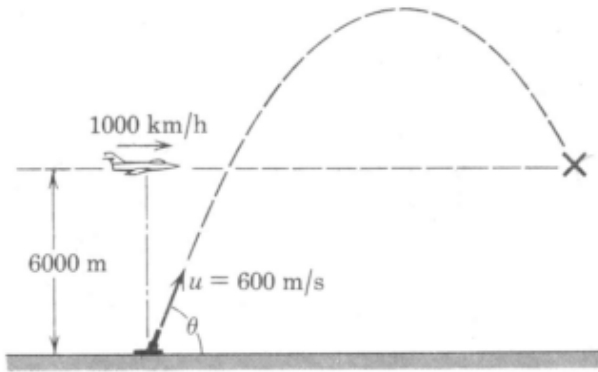
İvme her zaman aşağı yönlü ve değeri $g=-9.81 \text{ m/s}^2$ 'dir.

Yatay Hareket($a_x=0$)

Düşey Hareket ($a_y=-g$)

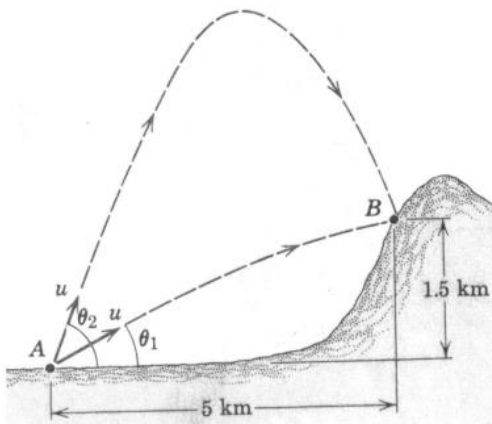
EĞİTİM ATİŞ (12.6 Motion Of A Projectile)

ÖRNEK 1:



Bir uçaksavar bataryasından gönderilen merminin ilk hızı 600 m/s 'dir. Bir uçak yerden 6 km mesafede 1000 km/h hızla uçmaktadır. Uçak tam bataryanın üzerinde iken mermi ateşlenmiştir ve uçağı şekilde gösterildiğı gibi vurmuştur. Bataryanın namlusunun yatay ile yaptığı açı ve merminin uçuş süresi nedir?

ÖRNEK 2:



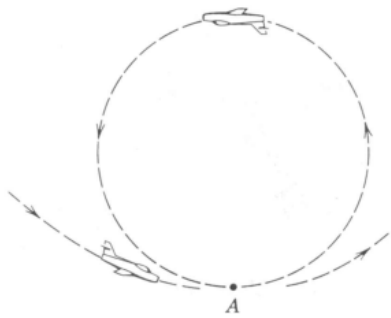
Uzun mesafeden hedef vurmak için kullanılan bir avcı tüfeğı A noktasındadır ve bu noktadan mermi 400 m/s hızla ateşlenmiştir. Tüfeğın B noktasındaki hedefi vurması için gerekli olan açı değerlerini bulun.

12.7: EĞRİSEL HAREKET- NORMAL ve TEĞET BİLEŞENLER

Bu koordinat sisteminde yola teğet olan ve yola dik olan iki tane dik vektör hareketi tanımlamada kullanılır. Bu koordinat sistemi parçacığın hareketi ile hareket eder.

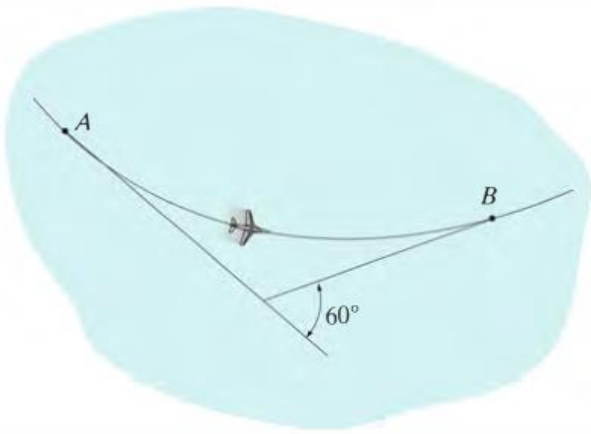
EĞRİSEL HAREKET (Normal ve Teğet Bileşenler)(12.7 Curvilinear Motion: Normal And Tangential Coordinates)

ÖRNEK 1:



Şekilde gösterilen dikey çemberin alt kısmında olan 'A' noktasında uçağın maruz kaldığı toplam ivmenin değeri $3g$ 'dir. Uçağın bu noktadaki hızı 800km/h ve her saniyede 20 km/h ile artmaktadır. Çemberin eğrilik yarıçapı nedir?

ÖRNEK 2:



Bir uçak yatay düzlemde şekilde gösterilen AB yayı üzerinde hareket etmektedir. A noktasındaki hız 120 m/s ise ve ' $a_t = -0.03t \text{ m/s}^2$ ' ile azalmaktadır. Uçak 'B' noktasına geldiğinde toplam ivmesini bulun. Uçak A'dan B'ye 60 saniyede gelmiştir.

12.8: EĞRİSEL HAREKET-SİLİNDİRİK BİLEŞENLER

Parçacığın aldığı yol r ve θ cinsinden kolaylıkla ifade edilebiliyorsa, düzlemsel problemler için silindirik (polar) koordinatlar kullanılır.

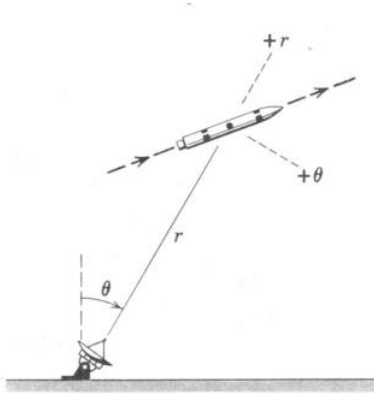
Konum:

Hız:

İvme:

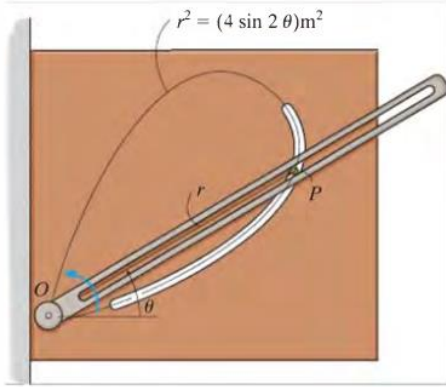
EĞRİSEL HAREKET (Polar Bileşenler)(12.8 Curvilinear Motion:Cylindrical Components)

ÖRNEK 1:



Bir takip radarı itki kullanımı bitmiş atmosferin dışına çıkmakta olan bir füzeyi takip etmektedir. $\theta=30^\circ$ olduğu anda takip verileri $r=8 \times 10^4$ m, $\dot{r} = 1200$ m/s ve $\dot{\theta} = 0.80$ °/s olarak ölçülmüştür. Rokete etkiyen ivme sadece yerçekimi ivmesidir ve roketin olduğu noktada aşağıya doğru 9.20 m/s² olduğuna göre $\ddot{r}$ ve $\ddot{\theta}$ değerlerini bulun.

ÖRNEK 2:

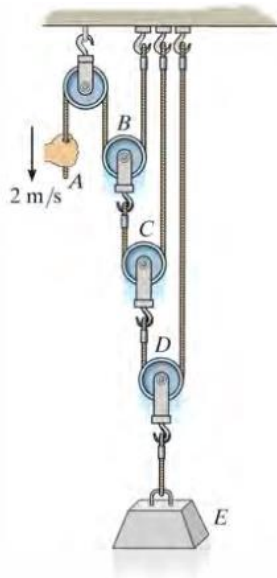


Yanda gösterilen 'P' pimi kanalları olan bir çubuk ve kare plaka içinde hareket etmektedir. Plaka içindeki oluğun denklemi ' $r^2=4\sin(2\theta)$ m²' olarak belirtilmiştir. Eğer $\theta=30^\circ$ için $\dot{\theta} = 2 \frac{rad}{s}$ ve bu hız sabit ise 'P' hızının ve ivmesinin büyüklüğünü hesaplayın.

12.9: İKİ PARÇACIĞIN BİRBİRİNE BAĞIMLI HAREKETİ:

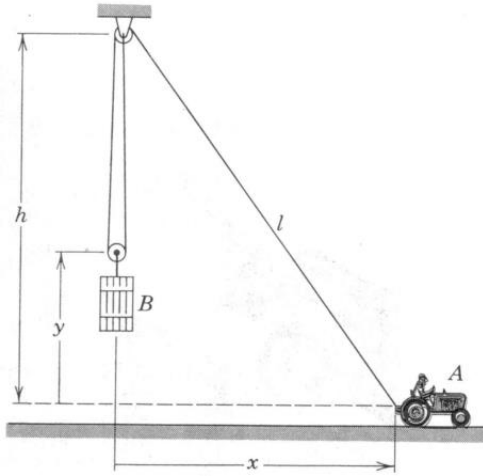
İKİ PARÇACIĞIN MUTLAK BAĞIMLI HAREKETİ: (12.9 Absolute Dependent Motion Analysis of Two Particles)

ÖRNEK 1:



Eğer ip A noktasından 2 m/s hız ile aşağıya doğru çekilirse E yükünün hızını bulunuz.

ÖRNEK 2:



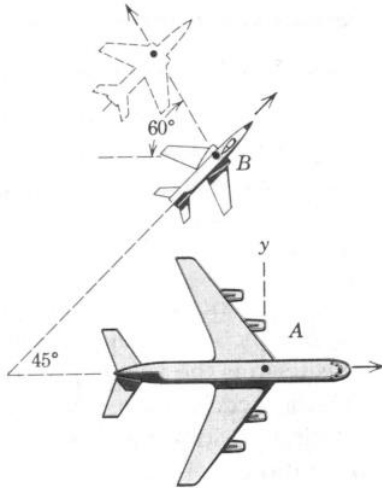
A noktasındaki traktör B yükünü kaldırmakta kullanılmaktadır. Eğer A'nın öne doğru olan hızı v_A ise yükün yukarıya doğru olan hızı v_B 'yi x 'in ve sabit değerlerin cinsinden yazın.

12.10: İKİ PARÇACIĞIN BAĞIL HAREKETİNİN ÖTELENEN EKSENLER KULLANARAK ANALİZİ

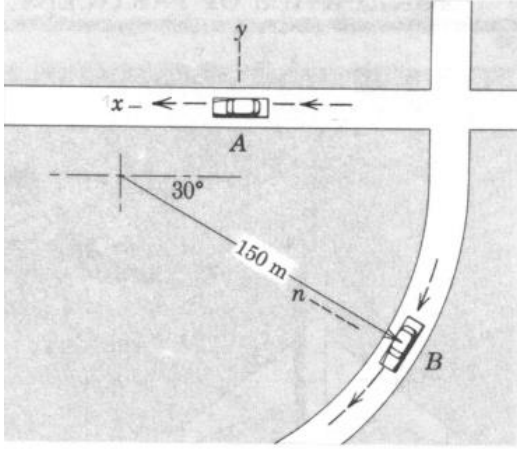
İKİ PARÇACIĞIN BAĞIL HAREKETİNİN ÖTELENEN EKSENLER KULLANARAK ANALİZİ (12.10 Relative Motion of Two Particles Using Translating Axis)

ÖRNEK 1:

'A' uçağındaki yolcular doğu yönüne 800 km/h saat hız ile gitmektedir. Bu uçaktaki yolculara uçakla gerçekte yatayda 45° açı yapan 'B' uçağı şeklindeki gibi 60° açı yapıyor gözükmektedir. 'B' uçağının gerçek hızı nedir?



ÖRNEK 2:



'A' arabası gösterilen yönde 1.2 m/s^2 ivme ile yavaşlamaktadır. 'B' arabası ise eğrilik yarıçapı 150m olan bir virajı sabit 54 km/h hızı ile dönmektedir. 'A' arabasının hızı 72 km/h olduğu anda bu arabadaki biri 'B' arabasının hızını ve ivmesini ne olarak görür?

PARÇACIK KİNETİĞİ: KUVVET ve İVME

13.1. Newton'un Hareket Kanunları:

Birinci Kanun: Başlangıçta durağan halde olan veya sabit hızla bir doğru boyunca hareket eden bir parçacık, dengelenmiş bir kuvvet etki etmedikçe bu durumu korur.

İkinci Kanun: Üzerine dengelenmemiş bir F kuvvetinin etkidiği bir parçacık kuvvetle aynı doğrultuda ve büyüklüğü kuvvetle doğru orantılı olan bir ' a ' ivmesi kazanır. ()

Üçüncü Kanun: İki parçacık arasındaki karşılıklı etki ve tepki kuvvetleri eşittir, ters işaretlidir ve aynı doğrultadır.

Newton'un Yerçekimi Kanunu (İki parçacık arasındaki etkileşim)

Dünya Yüzeyindeki Bir Parçacığa Etkiyen Kuvvet

Kütle: Mutlak bir büyüklüktür.

Ağırlık: Mutlak değildir, büyüklüğü ölçüm yapılan yere bağlıdır.

13.2. Hareket Denklemi:

Eylemsiz Referans Sistemi:

Parçacığın ivmesi, sabit veya sabit hızla hareket eden bir referans sistemine göre ölçülmelidir.

13.3 Bir Parçacık Sisteminin Hareket Denklemi:

$\vec{f}_i$: İç Bileşke Kuvveti $\longrightarrow$ Diğer parçacıkların 'i' parçacığına uyguladıkları kuvvetlerin bileşkesi

$\vec{F}_i$: Dış Bileşke Kuvveti $\longrightarrow$ Yerçekimi, elektriksel, manyetik diğer sistemlerdeki parçacıkların etkisi

Hareket Denklemi:

13.4 Hareket Denklemi: Dik Koordinatlar

Analizde İzleneccek Yol:

1. Serbest Cisim Diyagramı

2. Hareket Denklemleri

3. Kinematik

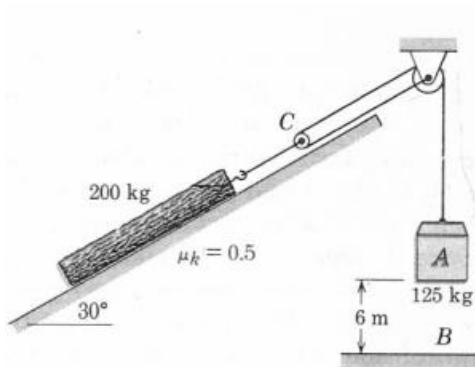
Parçacık Kinetiği Dik Koordinat Sistemi ile Analiz Soruları

(13.4 Equations of Motion Rectangular Coordinates)

SORU 1:

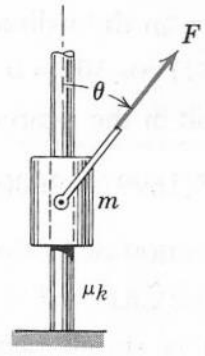
75 kg kütleli bir adam bir asansörün içinde tartılmaktadır. Asansörün hareketinin ilk üç saniyesinde asansör halatının üzerindeki gerilim sabit ve 8300N'dur. Bu zaman aralığında tartıda okunan değeri ve 3 saniye sonunda asansörün hızını bulun. Asansör, adam ve tartının toplam kütlesi 750kg'dır.

SORU 2:



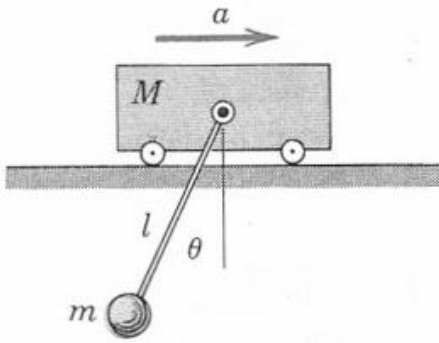
125 kg'lık kütle 6m mesafeden ve durağan halde bırakılmıştır. Makara sistemi ile kütlesi 200 kg olan kütük eğimi 30° olan rampadan yukarı çıkarılmaktadır. Kütük ile rampa yüzeyi arasındaki kinematik sürtünme katsayısı 0.5'tir. 'A' kütlesinin 'B' noktasında yere çarptığında kütüğün hızı nedir?

SORU 3:



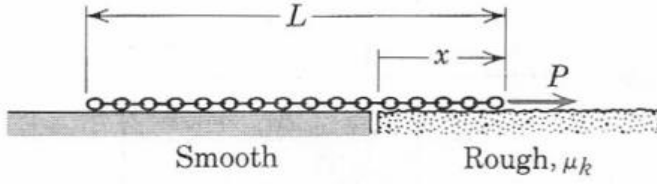
'm' kütlesi yanda gösterilen direk üzerinde 'F' kuvveti altında kaymaktadır. 'F' kuvvetinin büyüklüğü sabit ancak yönü değişmektedir. Yön ' $\theta=kt$ ' bağıntısı ile değişmektedir, 'k' bir sabittir ve 't' saniye cinsinden zamanı belirtmektedir. Hareketin başlangıcında $\theta=0^\circ$ ve kütle durağıdır. $\theta=\pi/2$ değerinde 'm' kütlesinin durmuş olacağı 'F' değerinin ifadesini bulun. Kayan kütle ile direk arasındaki kinematik sürtünme katsayısı μ_k 'dir.

SORU 4:



Uzunluğu 'l' olan bir çubuğun bir ucuna 'm' kütlesi tutturulmuş ve diğer ucu da 'M' arabasına dönebilecek şekilde tutturulmuştur. Eğer araba 'a' ivmesi ile hareket ederse şekilde gösterilen ' θ ' açısının sahip olacağı değeri bulun. Arabaya bu 'a' ivmesini verecek 'P' yatay kuvveti nedir?

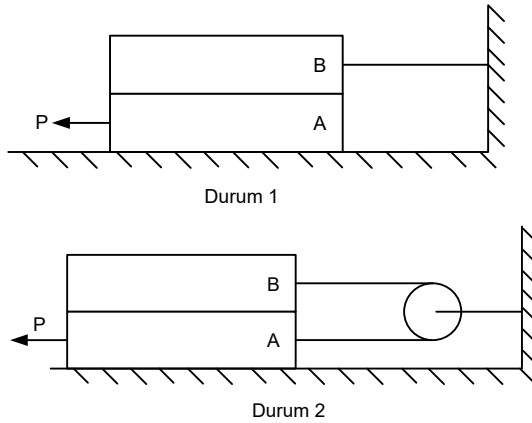
SORU 5:



Yanda gösterilen zincirin birim uzunluğunun kütlesi ' ρ 'dur. Bu zincir yatay ' P ' kuvveti altında zemine sürtünerek hareket etmektedir. Zeminin bir kısmı çok düzgün

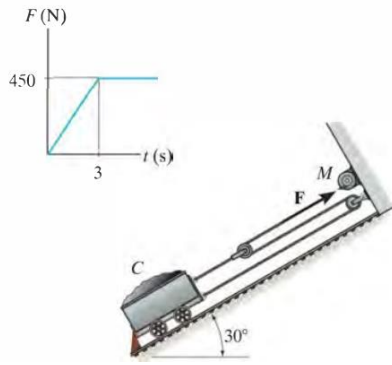
sürtünmesi ihmal edilebilecek bir yüzeydir. Diğer kısım ise kinematik katsayısı μ_k olan sürtünmeli bir yüzeydir. Hareketin başında tüm zincir düzgün yüzeydedir ve zincirin başı $x=0$ noktasındadır. Zincirin sürekli olarak gergin olduğu varsayımı altında $x=L$ olduğunda zincirin hızını bulun.

SORU 6:



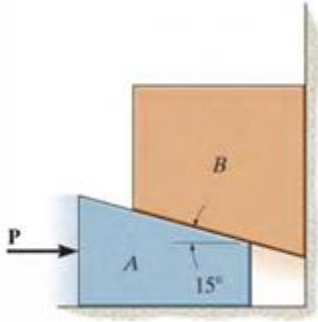
Yukarıda gösterilen iki sistemde her bloğun kütlesi ' m 'dir. Tüm temas yüzeylerinin kinematik sürtünme katsayısı ' μ 'dür. Gösterilen her iki durum için 'A' bloğunun ivmesi nedir?

SORU 7:



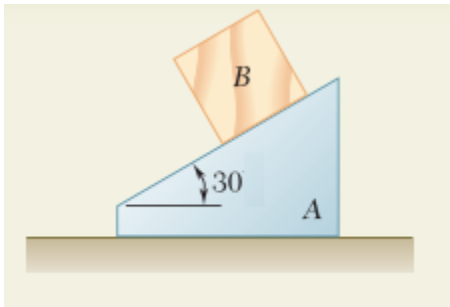
Yanda gösterilen sistemde 'M' motoru makaralardan oluşan bir sistemle 'F' kuvveti uygulayarak 'C' yükünü kaldırmaktadır. 't=3' anında yükün hızı nedir? Yükün kütlesi 200kg ve yük durağan konumdan harekete geçmektedir. (Yükün arkasında takoz olduğuna dikkat edin)

SORU 8:



Eğer $P=50\text{N}$ kuvveti yandaki 'A' kütlesine ($m_A=4\text{ kg}$) uygulanırsa 'B' kütlesinin ($m_B=7.5\text{kg}$) ivmesini bulun.

SORU 9:



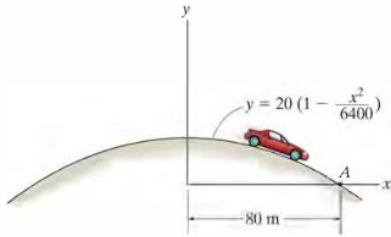
'B' ($m_B=6\text{ kg}$) kütlesi 'A' ($m_A=15\text{ kg}$) rampası üzerinde kaymaktadır. Yüzeylerin sürtünmesi ihmal edilebilir. Rampanın ivmesini ve 'B' kütlesinin rampaya göre ivmesini bulun.

13.5 Hareket Denklemleri: Normal ve Teğet Koordinatlar:

Parçacık Kinetiği: Normal ve Teğet Koordinat Sistemi ile Analizi

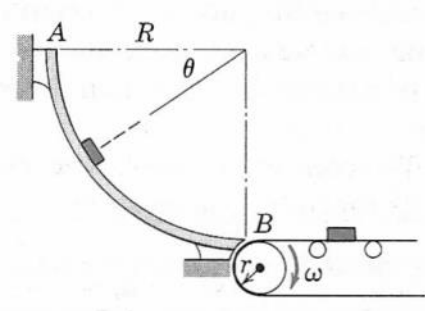
(13.5 Equations of Motion: Normal and Tangential Coordinates)

SORU 1:



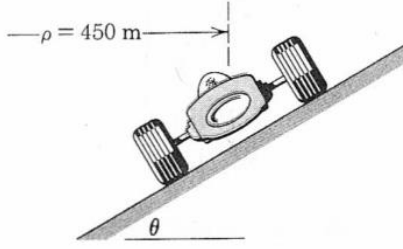
800 kg'lık araba bir tepenin üzerinden 9m/s sabit hızı ile ilerlemektedir. Araba 'A' noktasına geldiğinde yol profiline dik olan ve tekerleklerde olan sürtünme kuvvetini bulun.

SORU 2:



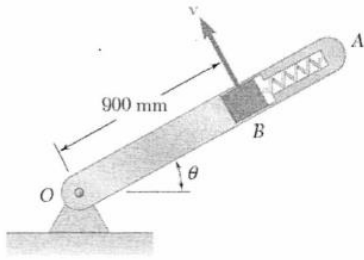
Şekilde gösterilen kütlesi 'm' olan cisim 'A' noktasından durağan halden çember üzerinde kayarak B noktasındaki konveyörün üzerine gelmektedir. Çember şeklindeki ray ile kayan cisim arasındaki tepki kuvvetini ' θ ' cinsinden bulun. Aynı zamanda cismin 'B' noktasına geldiğinde kaymadan ilerlemesini sağlayacak ' ω ' açısal hızının ifadesini bulun.

SORU 3:



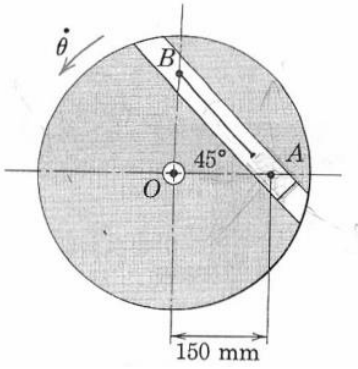
Yanda gösterilen yarış pistinde bir araba eğrilik yarıçapı 450m olan bir dönüşü alacaktır. Araç dönüş sırasında 200 km/h hızla gitmektedir. Dönüş sırasında savrulmanın söz konusu olmaması için yarış pistine ne kadar eğim verilmelidir?

SORU 4:



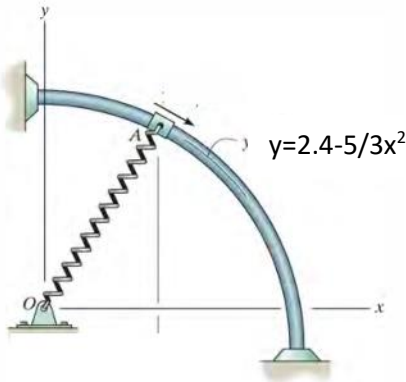
250g'lık bir kütle OA çubuğuna açılmış bir oyuga yerleştirilmiştir. Aynı boşluğa bir de yay yerleştirilmiştir ve bir ucu da kütlele tutturulmuştur. $P=1.5\text{N}$ 'luk bir kuvvet yayın sıkışması nedeni ile kütleyle uygulanmaktadır. Gösterilen OA kolu sabit hızla dönmekte ve kütleyi $v=3 \text{ m/s}$ çizgisel hızı ile dikey düzlemde döndürmektedir. Yayın sıkıştırması altındaki kütle, boşluğun dönme eksenine yakın yüzüne temas etmektedir. Hangi açı değerleri için kütle yüzey ile kontağını kaybetmez?

SORU 5:



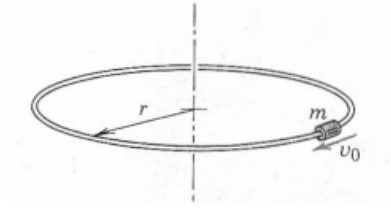
3 kg kütleli bir cisim bir diskin içine 45° açı ile açılmış bir oyuğa içinde hareket edebilecek şekilde yerleştirilmiştir. 'A' kütlesi 'B' noktasına bir ip ile tutturulmuştur. Eğer diskin dönüş hızı 300 rev/min ise bu dönüş hızında ipte oluşan gerilim nedir? Problem yatay düzlemde.

SORU 6:



Yanda gösterilen sistemde bir cisim, denkleminde yanda verilmiş eğrilmiş bir rayın etrafına geçirilmiş hareket etmektedir. 'A' noktasında cismin hızı 3 m/s'dir. Cisim bir yaya tutturulmuştur ve yayın diğer ucu 'O' noktasına tutturulmuştur. Yayın sıkıştırılmamış uzunluğu 0.9 m'dir ve direngenliği $k=150$ N/m'dir. Verileri kullanarak 'A' noktasında cismin üzerindeki rayaya dik kuvveti ve cismin bu noktadaki ivmesini hesaplayın. Cismin kütlesi 2.5 kg'dır.

SORU 7:



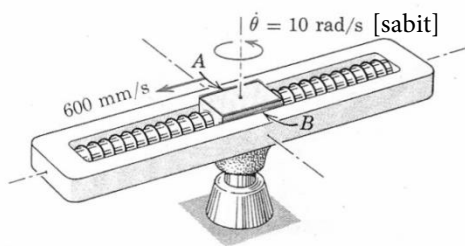
Kütlesi ' m ' olan bir cisim merkezindeki delikten dairesel bir rayın dış alanına temas ederek dönebilmektedir. Dairesel ray ile kütle arasındaki sürtünme katsayısı μ_k ise ve cisme v_0 ilk hızı verilirse, cisim sürtünme etkisi ile duruncaya kadar ne kadar yol alır?

13.6 Parçacık Kinetiği Silindirik Koordinat Sistemi ile Analiz

Parçacık Kinetiği: Silindirik Koordinat Sistemi ile Analizi

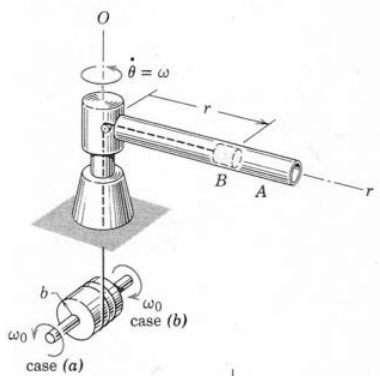
(13.6 Equations of Motion: Cylindrical Coordinates)

SORU 1:



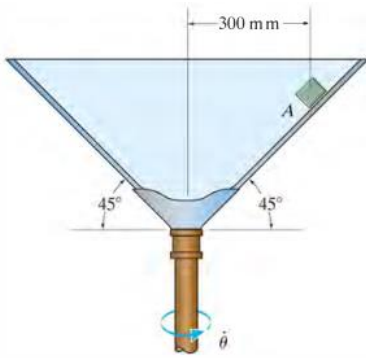
Yanda gösterilen sistemde içi oyulmuş prizmanın içine kütlesi 1.5 kg olan dikdörtgen bir cisim yerleştirilmiştir. Bu cisim bir vidalı mekanizma ile gösterilen yönde sabit 600 mm/s hızı ile hareket ettirilmektedir. Prizmanın dönüş yönü ve değeri şekilde gösterilmiştir. Kütle prizmanın hangi yönüne temas eder ve temas kuvvetinin değeri nedir?

SORU 2:



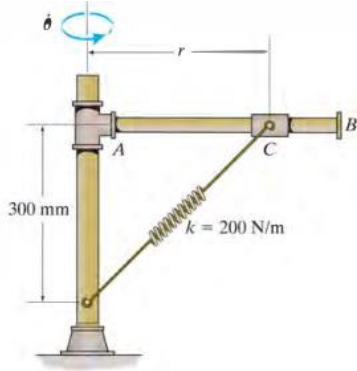
A borusu sabit ' ω ' açısal hızı ile dönmektedir. Borunun içinde silindirik ve kütlesi ' m ' olan bir cisim vardır ve bir ip ile tutturulmuştur. İpin diğer ucu dönen makaraya tutturulmuş ve makara sabit ω_0 açısal hızı ile dönmektedir. Silindirik cisim dönüş merkezinden ' r ' kadar uzakta iken ipteki gerilimi ve borunun cisme yatay yönde uyguladığı kuvvetin ifadesini makaranın şekilde gösterilen dönüş yönleri için gösteriniz. (Sürtünmeyi ihmal ediniz.)

SORU 3:



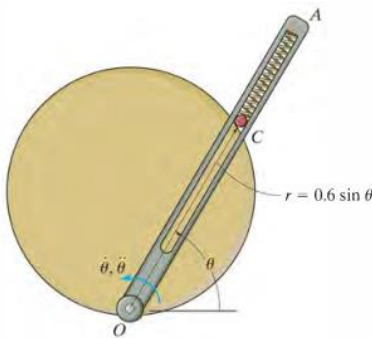
Yanda gösterilen konik kabın içinde kütlesi ' m ' olan bir cisim durmaktadır. Konik kap yüzeyi ile cisim arasındaki statik sürtünme katsayısı $\mu_s = 0.2$ ise kütlenin kaymaması için gerekli en küçük açısal dönüş hızı değerini bulun. (Dönüş hızı sabittir)

SORU 4:



3 kg kütleli bir cisim gösterilen boru üzerinde kayabilmektedir. Kütlenin üzerine geçtiği boru düzeneği kendi eksenini etrafında şekilde gösterildiği gibi dönmektedir. 'C' cismi bir yay ile desteklenmektedir. Yayın sıkıştırılmamış uzunluğu 400 mm ve direngenliği $k=200 \text{ N/m}$. 'C' cismini $r=720\text{mm}$ 'de tutacak açısai dönüş hızını bulun. (Sürtünme ihmal edilebilir)

SORU 5:



Kütlesi $m=1.5 \text{ kg}$ olan C diski OA kolundaki boşluğa yerleştirilmiştir. Kol şekilde gösterildiği gibi dönmektedir ve sistem dikey düzlemindedir. C diski bir yay ve gösterilen dairesel yüzey arasında sıkıştırılmıştır. Yayın sıkışmamış hali $\theta=30^\circ$ oluşmaktadır ve yayın direngenlik değeri $k=100 \text{ N/m}$ 'dir. Kolun sabit dönüş hızı 3rad/s 'dir. Cisim kolun içinden sadece bir taraftaki yan yüzeye değiyor ise kolun yüzeyinin 'C' cismine uyguladığı kuvveti $\theta=60^\circ$ için bulun.

DİNAMİK (MAK 203)
BÖLÜM 14
Kuvvet Sistemi Bileşkeleri

Bir Kuvvetin Yaptığı İş

$\vec{F}$ kuvveti, parçacık kuvvet doğrultusunda yer değiştirirse, parçacık üzerinde iş yapar. Bu iş;

$$dU = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

denklemleri ifade edilebilir.

Değişken Bir Kuvvetin Yaptığı İş

Eğer uygulanan kuvvet sabit değilse, örneğin $F = F(s)$ fonksiyonu olarak verilmişse;

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{s_1}^{s_2} F(s) \cos\theta \, ds$$

Eğer kuvvetin büyüklüğünün yanında yönü de değişiyorsa,

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{s_1}^{s_2} F(s) \cos\theta(s) \, ds$$

Bir Doğru Boyunca Sabit Kuvvetin Yaptığı İş

Ağırlığın Yaptığı İş

Yay Kuvvetinin Yaptığı İş

14.2: İş ve Enerji İlkesi

Bir parçacığın ilk kinetik enerjisi ile (T_1), parçacık başlangıçtan son konuma hareket ederken üzerine etkiyen bütün kuvvetler tarafından yapılan işin toplamı ($\sum U_{1-2}$), parçacığın son kinetik enerjisidir (T_2).

$$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$$

14.3: Parçacık Sistemleri İçin İş ve Enerji İlkesi

Eğer birden çok parçacıktan oluşan bir sistem varsa;

Kaymanın Neden Olduğu Sürtünmenin Yaptığı İş

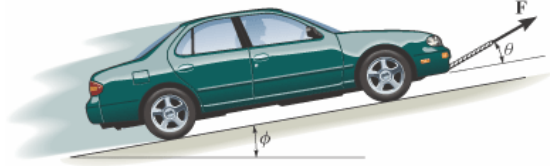
Statik sürtünme $\rightarrow$ Yer değişimi yok $\rightarrow$ İş yapılmaz

Kinetik sürtünme $\rightarrow$ Kuvvet, yer değiştirme ile zıt yönde $\rightarrow$ Negatif iş

Soru 14.1:

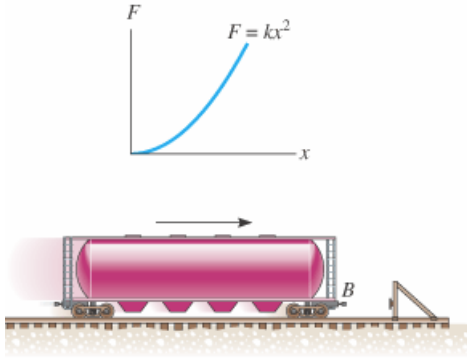
M kütesine sahip bir araba v_1 hızı ile sürtünmesiz bir yüzeyde hareket etmektedir. Bu arabaya F büyüklüğünde bir çekme kuvveti uygulanırsa, ne kadar mesafe sonra v_2 hızına ulaşır?

$$M = 2 \text{ Mg} \quad v_1 = 2 \text{ m/s} \quad v_2 = 5 \text{ m/s} \quad \theta = 20^\circ \quad F = 4 \text{ kN} \quad \phi = 10^\circ$$



Soru 14.2:

Şekildeki vagonunu ($M = 5 \text{ Mg}$) durdurmak için, grafikte uyguladığı kuvvet – yer değişimi verilen, lineer olmayan bir yay kullanılmaktadır. Eğer vagon $v = 4 \text{ m/s}$ hız ile yaya çarptığında yayı $d = 0.2 \text{ m}$ sıkıştırıyorsa, yay sabiti ' k ' ne olmalıdır?



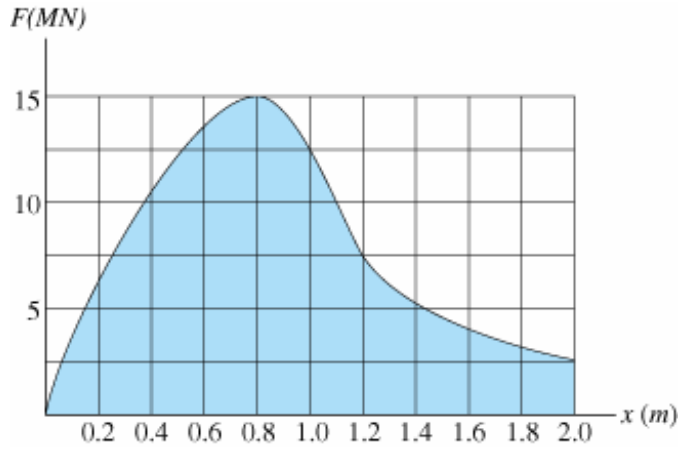
Soru 14.3:

40 km/saat hızda giden kamyonun frene bastıktan sonra 1.5 metre içinde yayaya çarpmadan durabilmesi için, tekerler ve yol arasında ne kadar büyüklükte bir kinetik sürtünme katsayısı olmalıdır?



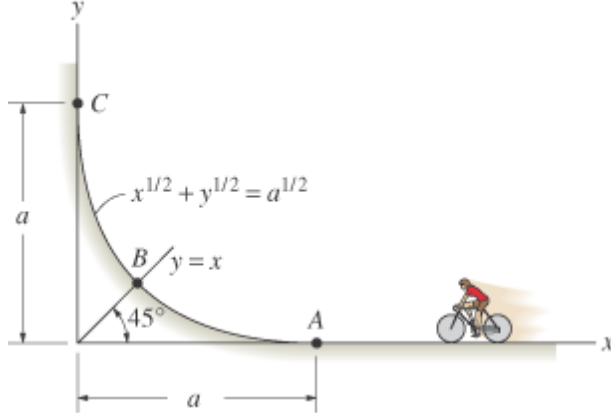
Soru 14.4:

250 kg'lık bir top mermisi, namlunun içinde grafikte gösterilen şekilde bir kuvvete maruz kalmaktadır. Topun yatay olarak atış yaptığını ve namluya varana kadar sürtünmeye maruz kalmadığını varsayarsak, 2 metrelik topu terketme hızı yaklaşık olarak nedir?



Soru 14.5:

Şekilde gösterilen bisikletçi ve bisikletinin toplam ağırlığı 75 kg'dır. Bu bisikletçi A noktasına geldiğinde 8m/s hıza sahiptir ve pedal çevirmeyi bırakmaktadır. B noktasına geldiğinde yüzey tarafından bisiklete uygulanan normal kuvvetin büyüklüğü ne kadardır? $a = 4$ m



14.4: Güç ve Verim

Güç: Birimzamanda yapılan iş miktarı $P = dU / dt$

Bu ifadeyi tekrar düzenlersek:

$$\rightarrow P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Güç birskalerdir ve birimi de Watt'tır. $1 W = 1 J/s = 1 N.m/s$

Mekanik verim: Bir makine tarafından üretilen yararlı çıkış gücünün, makineye verilen giriş gücüne oranı.

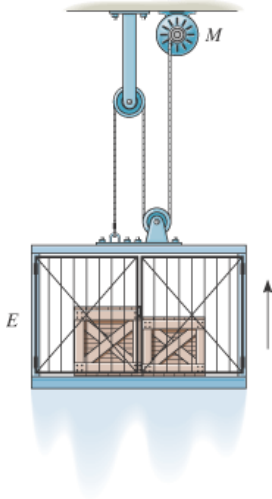
$$\epsilon = \text{verim} = \frac{\text{Çıkış Gücü}}{\text{Giriş Gücü}} \quad \text{Kayıplardan dolayı verim her zaman 1'den küçüktür (\epsilon < 1)}$$

Eğer makineye sağlanan enerji aynı zaman dilimi içinde makineden çekiliyorsa;

$$\epsilon = \text{verim} = \frac{\text{Çıkış Enerjisi}}{\text{Giriş Enerjisi}}$$

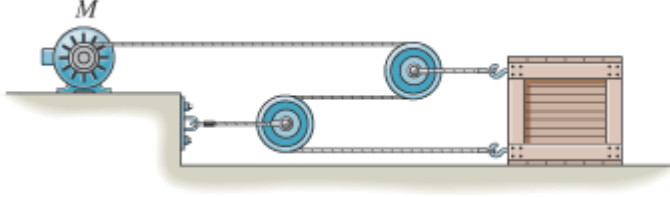
Soru 14.6:

M motoru, 500 kg'lık asansörü 8 m/s'lik sabit bir hızla yukarı çekmektedir. Motor 60 kW'lık bir elektrik gücü kullandığına göre verimi nedir?



Soru 14.7:

Şekildeki 150 kg'lık sandık, statik ve kinetik sürtünme katsayıları 0.3 ve 0.2 olan bir yüzeyde durmaktadır. Motor kabloya tsaniye cinsinden olmak üzere $F = (8t^2 + 20)$ N'luk bir kuvvet sağladığına göre, $t = 5$ anında motor tarafından sağlanan çıkış gücünü belirleyiniz.



14.5: Konservatif Kuvvetler ve Potansiyel Enerji

Eğer kuvvetin yaptığı iş yoldan bağımsız olup, sadece başlangıç ve son konuma bağlıysa, bu kuvvet konservatif kuvvettir.

Konservatif kuvvetlere örnek:

Konservatif olmayan kuvvetlere örnek:

Enerji, iş yapma kapasitesi olarak tanımlanabilir.

Hareketten dolayı olan enerji →

Konumdan dolayı olan enerji →

Gravitasyonel (Yer Çekimsel) Potansiyel Enerji:

Elastik Potansiyel Enerji:

Potansiyel Fonksiyonu:

Bir parçacık eğer hemgravitasyonel, hem elastik kuvvetlere maruz kalıyorsa;

$$V = V_g + V_e = m g y + \frac{1}{2} k s^2$$

Parçacık uzayda bir (x, y, z) noktasında bulunuyorsa bu konumundan dolayı $V = V(x, y, z)$ potansiyel fonksiyonunasa sahip olur. (x_1, y_1, z_1) noktasından (x_2, y_2, z_2) noktasına giden bir parçacık;

$U_{1-2} = V_1 - V_2$ kadar bir potansiyel kuvvet tarafından yapılan işe maruz kalır.

Yani $dU = -dV$ olur.

Eğer kuvvet konservatif ise $\vec{F} = -\vec{\nabla}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right)$ olmalıdır.

Örnek: Yerçekimi kuvveti

14.6: Enerjinin Korunumu

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$ ve de $(U_{1-2})_{\text{konservatif}} = V_1 - V_2$ denklemlerini birleřtirirsek;

$$T_1 + V_1 + \sum (U_{1-2})_{\text{konservatif olmayan}} = T_2 + V_2$$

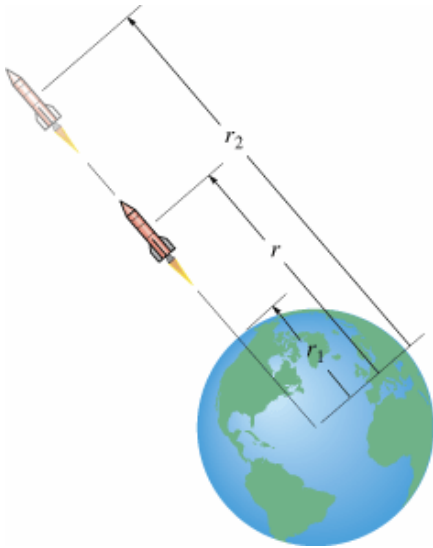
Eğer sadece konservatif kuvvetler etki ediyorsa; $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

Eğer bir parcacık sistemi sadece konservatif kuvvetlere maruz kalıyorsa; $\sum T_1 + \sum V_1 = \sum T_2 + \sum V_2$

Örnek: h yüksekliğinden bırakılan top

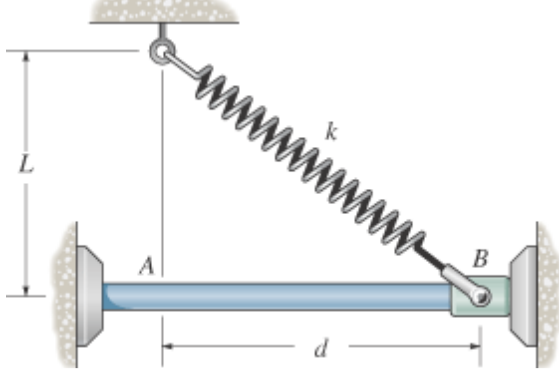
Soru 14.8:

m kütleli bir roket dünya yüzeyinden, yani $r = r_1$ konumundan düşey olarak fırlatılıyor. Roketin yukarı doğru hareketi sırasında kütle kaybı olmadığını varsayarsak, r_2 mesafesine ulaşmak için gravitasyona karşı yapması gereken işi belirleyiniz.



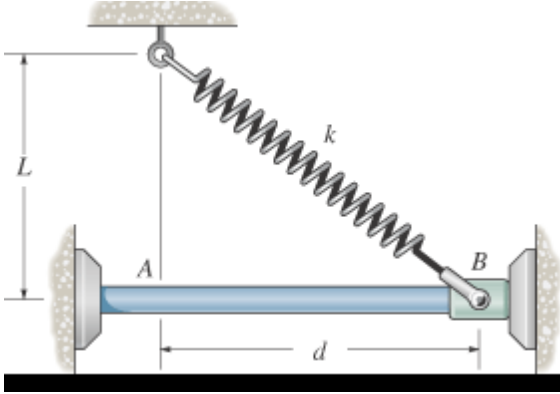
Soru 14.9:

2 kg kütleli bilezik sıkıştırılmamış uzunluğu $L = 3$ m ve $k = 3$ N/m olan lineer yaya bağlıdır. Eğer bilezik yatayda $d = 4$ uzaktaki B noktasına taşınır ve bırakılırsa, A noktasına geldiğinde hızı ne olur?



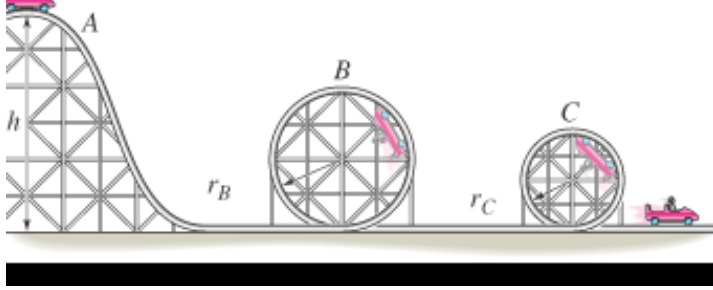
Soru 14.9: Aynı soruyu İş-Enerji (Bölüm14) yerine Kuvvet-İvme (Bölüm13) yaklaşımı ile çözelim.

2 kg kütleli bilezik sıkıştırılmamış uzunluğu $L = 3$ m ve $k = 3$ N/m olan lineer yaya bağlıdır. Eğer bilezik yatayda $d = 4$ uzaktaki B noktasına taşınır ve bırakılırsa, A noktasına geldiğinde hızı ne olur?



Soru 14.10:

Şekildeki lunapark treni yolcularıyla birlikte 800 kg'lık bir kütleye sahiptir. Tren A tepesinden durmaktayken bırakıldığına göre her iki çemberi de yolu terk etmeden dolanabilmesi için tepenin h yüksekliği ne olmalıdır? Tren B ve C noktalarında bulunduğu anda, üzerine etkiyen normal doğrultudaki tepki ne olur? ($r_B = 10$ m, $r_C = 7$ m)



BÖLÜM 15: PARÇACIK KİNETİĞİ: İTME VE MOMENTUM

$\int_t$ Hareket Denklemi



İtme ve Momentum

15.1. Lineer İtme ve Momentum İlkesi

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Eğer hareket denkleminin zaman göre integrali alınırsa,

Lineer(Doğrusal) İtme:

$\vec{I} = \int \vec{F} dt$ Uygulanan kuvvet ile aynı yönde bir vektördür ve birimi N s'dir.

$F=f(t)$ (genel durum)

$F=F_c$ (kuvvet sabit ise)

Lineer (Doğrusal) Momentum:

$$\vec{L} = m\vec{v}$$

Hız ile aynı yönde bir vektördür. Birimi N s'dir ve itme ile aynı birimdedir.

Doğrusal İtme ve Momentum İlkesi

$$m\vec{v}_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = m\vec{v}_2$$

Skaler denklemler aşağıdaki gibi yazılabilir:

15.2.Parçacık Sistemleri İçin Lineer İtme ve Momentum İlkesi

$$\sum \vec{F}_i = \sum m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}$$

Kütle Merkezi

$$m\vec{r}_G = \sum m_i \vec{r}_i$$

Zaman türevi alınırsa

$$m\vec{v}_G = \sum m_i \vec{v}_i$$

15.3 Parçacık Sistemleri İçin Lineer Momentumun Korunumu

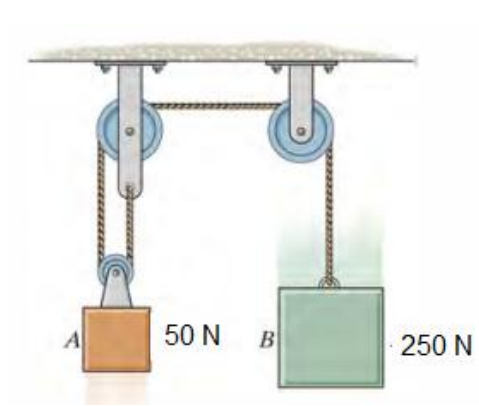
Eğer bir parçacık sisteminin üzerine etkiyen dış kuvvetlerin itmelerinin toplamı sıfır ise:

$$\sum m(\vec{v}_i)_1 + \cancel{\sum \vec{F} dt}^0 = \sum m(\vec{v}_i)_2$$

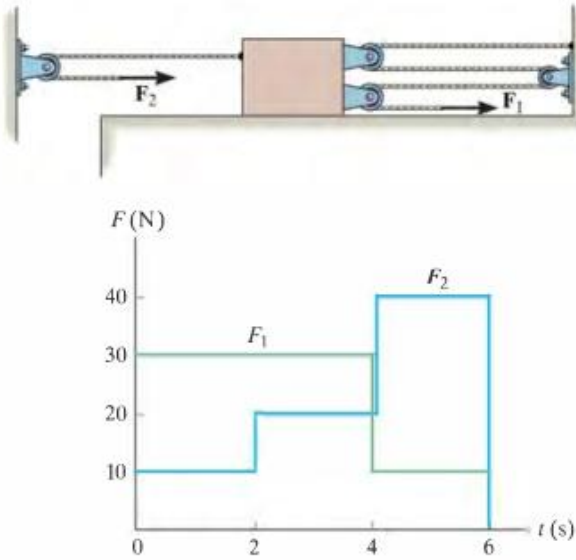
Parçacık sistemleri için doğrusal momentumun korunumu ifadesi elde edilir.

$$\sum m(\vec{v}_i)_1 = \sum m(\vec{v}_i)_2$$

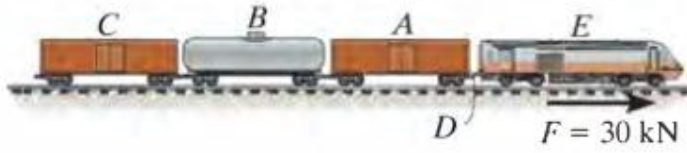
* Parçacıklar çarpıştığında, sistemin doğrusal momentumu korunur.

SORU 1:

Yanda gösterilen durumda durağan olan sistemde iki saniye sonra kütlelerin hızlarını belirleyin. (Sürtünme ve makara kütleleri ihmal edilebilir)

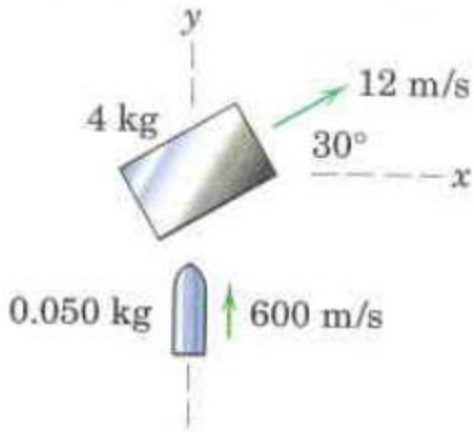
SORU 2:

Şekilde gösterilen F_1 ve F_2 kuvvetleri etkidiğinde yanda gösterilen kütlesi 40 kg olan kütle 1.5m/s hız ile sağ yöne doğru hareket etmektedir. Kuvvetler etkimeye başladıktan 6 saniye sonra bloğun hızı nedir? (Sürtünme ve makara kütleleri ihmal edilebilir)

SORU 3:

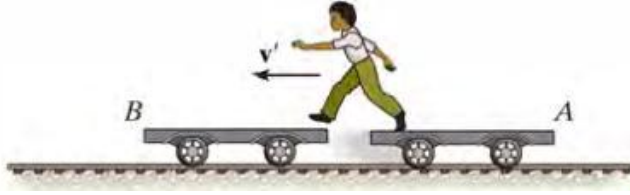
30 tonluk lokomotifi (E) olan trende A, B ve C vagonlarının kütleleri sırası ile 15 ton, 10 ton ve 8 tondur. Eğer raylardan 30

kN'luk bir kuvvet lomotif tekerleklerine etkiyor ise durağan konumdan 30 saniye sonra trenin hızı ne olur? Lokomotif ile A vagonu arasındaki bağlantıda (D) oluşan kuvvet nedir?

SORU 4:

Şekilde gösterilen 50g'lık kurşun 600 m/s hızla şekilde gösterildiği gibi 4kg kütleli 12 m/s hızla hareket eden bir kütleye ortasından isabet etmiş ve içinde gömülü kalmıştır. Çarpışmadan sonra cisimlerin hızını bulun.

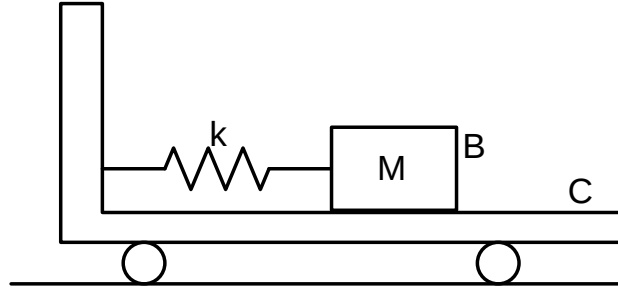
SORU 5:



75 kg kütleli bir çocuk 'A' arabasından 'B' arabasına 'A' arabasına göre $v'=3\text{m/s}$ bağıl hızı ile atlamıştır. Çocuk atladıktan sonra 'A' arabasının hızı nedir? Eğer 'B' arabasına 'A' arabasından atladığı

hız ile düşüyor ise 'B' arabasına indikten sonra bu arabanın hızı nedir? 'A' ve 'B' arabalarının her birinin kütlesi 50 kg'dır ve ilk konumlarında durağan haldedirler.

SORU 6:

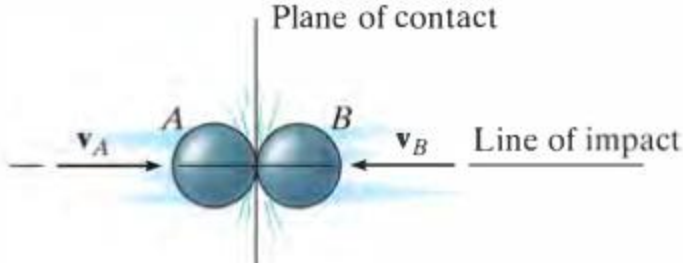


Yukarıda gösterilen sistemde kütlesi 50 kg olan 'B' cismi kütlesi 75 kg olan bir arabanın üzerinde durmaktadır. Cisim arabaya yay sabiti $k=300$ N/m olan bir yay ile tutturulmuştur. İlk durumda durağan olan sistemde yay 0.2m sıkıştırıldıysa, yay serbest bırakılıp ilk uzunluğuna döndüğü anda 'B' cisminin arabaya göre hızı nedir?

15.4. Çarpışma

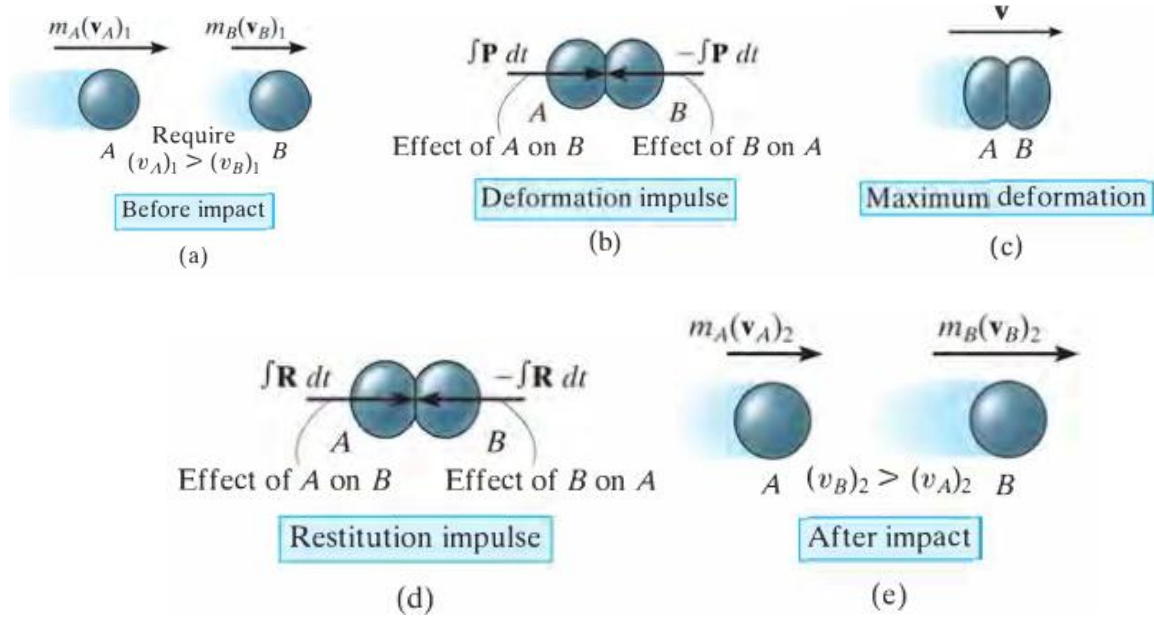
- Çok kısa zaman aralığında oluşur.
- Yüksek kuvvetler oluşur.
- İki tür çarpışma oluşur. (1) Merkezi çarpışma (2) Eğik çarpışma

Merkezi Çarpışma (Central Impact)



Hareketin doğrultusu ile kütlelerin merkezlerini birleştiren çizginin doğrultusu çakışıyorsa merkezi çarpışma oluşur.

Çarpışma problemi aşağıda gösterilen beş kısımda incelenebilir:



Çarpışma problemlerinde genelde ilk hızlar bilinir ve çarpışma sonrası hızlar bulunmak istenir. Maksimum deformasyondan önce oluşan $\int \vec{P} dt$ ve sonrasında oluşan $\int \vec{R} dt$ itmelerini oluşturan kuvvetler zıt yönlü çiftler halinde oluştukları için itmeler sıfırlanır ve momentum korunur.

Yukarıdaki denklem çarpışma sonrası hızları bulmak için yeterli değildir. Gerekli olan ikinci denklem her bir parçacığın momentum denklemini ayrı ayrı yazarak bulabiliriz.

Parçacık A için:

Geri dönme katsayısı (coefficient of restitution):

Parçacık B için benzer çıkarım yapılır ise:

Bilinmeyen hız terimi 'v' denklemlerden elenir ise:

$$e = \frac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1} \left(\xrightarrow{+} \right)$$

Momentum korunum denklemini ve yukarıdaki denklem kullanılarak çarpışma sonrası hızlar hesaplanabilir.

Elastik Çarpışma (e=1)

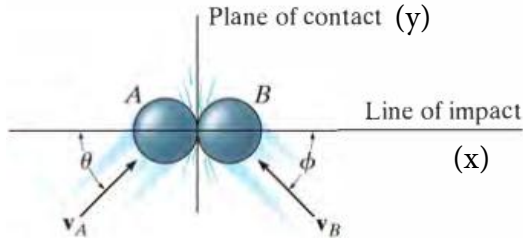
$\int \vec{P} dt = \int \vec{R} dt$ geçerlidir ve çarpışma sonrası parçacıklar farklı hızlarla hareket ederler.

Plastik Çarpışma (e=0)

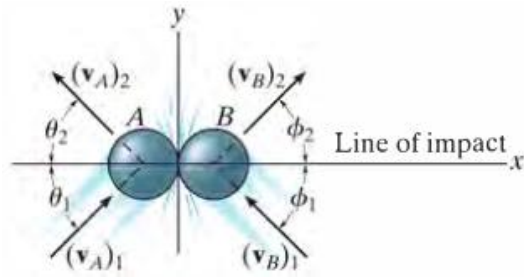
$\int \vec{R} dt = 0$ geçerlidir ve parçacıklar birbirine yapışıp ortak bir hız ile hareket ederler.

- Çarpışma problemlerinde deformasyon kuvvetlerinin değişimi bilinmediği için iş ve enerji prensibi kullanılamaz. Çarpışma sonrası enerji kaybı $\sum U_{1-2} = \sum T_2 - \sum T_1$ 'dir.

Eğik Çarpışma (Oblique Impact)



Hareketin doğrultusu ile kütlelerin merkezlerini birleştiren çizginin doğrultusu çakışmıyorsa eğik çarpışma oluşur.



$$\begin{aligned} & m_A(v_{Ax})_1 + \int F dt = m_A(v_{Ax})_2 \\ & m_A(v_{Ay})_1 = m_A(v_{Ay})_2 \\ & m_B(v_{Bx})_1 + \int F dt = m_B(v_{Bx})_2 \\ & m_B(v_{By})_1 = m_B(v_{By})_2 \end{aligned}$$

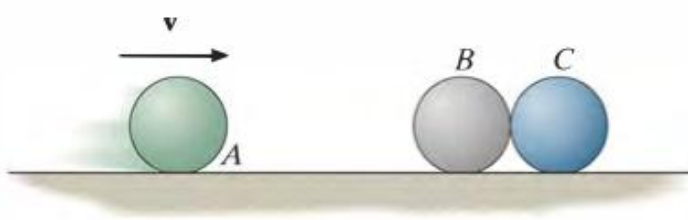
Çarpışma problemlerinde genelde parçacıkların ilk hızları ve hareket yönleri bilinir ve çarpışma sonrası hızları ve hareket yönleri hesaplanır.

Çözüm Yolu:

1. x-ekseni boyunca momentum korunur:
2. x-ekseni boyunca geri dönme katsayısı hesaplanır:
3. Üstteki iki denklemden x-yönündeki çarpışma sonrası hızları hesaplanır.

4. y-ekseni boyunca her iki parçacığın da momentumu ayrı ayrı korunur.
5. Bir önceki denklem kullanılarak y-yönündeki çarpışma sonrası hızlar hesaplanır.

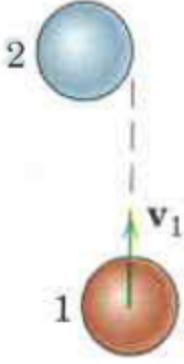
SORU 7:



Şekilde gösterilen üç topun kütlesi 'M'dir. Eğer 'A' topunun 'B' topuna çarpmadan önceki hızı 'v' ise C hızının çarpışmalar sonrası

hızını belirleyin. Bütün toplar arasındaki geri dönme katsayısı 'e'dir.

SORU 8:



1 numaralı küresel parçacık şekilde gösterilen yönde $v_1 = 6 \text{ m/s}$ hızına sahiptir. 1 ve 2 numaralı küresel parçacıklar aynı boyutta ve kütlelidirler. Eğer çarpışmanın geri dönme katsayısı $e = 0.6$ ise parçacıkların çarpışmadan sonraki hareketlerini belirleyin. Ayrıca çarpışma sırasında enerjinin yüzde kaçının kaybedildiğini hesaplayın.

15.5. Açısal Momentum

$$\vec{H}_0 = \vec{r} \times m\vec{v} \text{ (Lineer Momentumun momenti)}$$

$$\vec{H}_0 = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ mV_x & mV_y & mV_z \end{bmatrix}$$

15.6. Bir kuvvetin Momenti ile Açısal Momentum Arasındaki İlişki

Toplam Kuvvet:

Momenti:

Açısal Momentum:

Açısal Momentumun Türevi:

$$\text{Sonuç olarak: } \sum \vec{M}_0 = \dot{\vec{H}}_0$$

Parçacık Sistemi:

Tek Parçacık:

Tüm Sistem:

15.7. Açısal İtme ve Momentum Prensibi:

$$m(V_x)_1 + \sum \int F_x dt = m(V_x)_2$$

$$m(V_y)_1 + \sum \int F_y dt = m(V_y)_2$$

$$(H_0)_1 + \sum \int M_0 dt = (H_0)_2$$

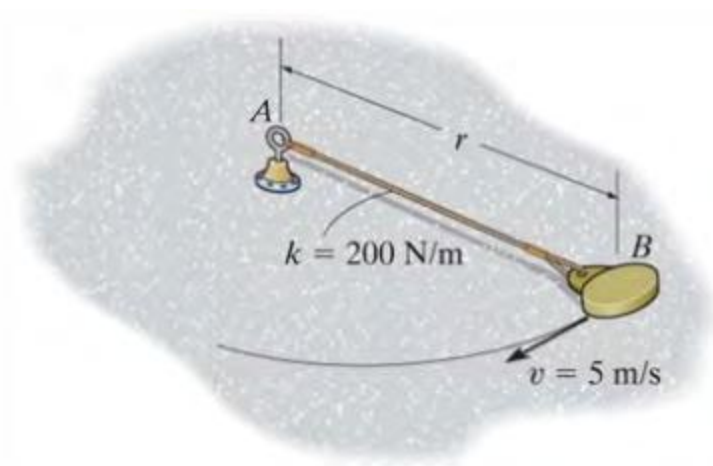
Açısal Momentumun Korunumu:

$$\text{Eğer açısal itme yoksa: } (\vec{H}_0)_1 = (\vec{H}_0)_2$$

Örnek: Cisme sadece merkezi kuvvet etkiyor ise

Etkiyen kuvvetler hareket düzlemine dikse

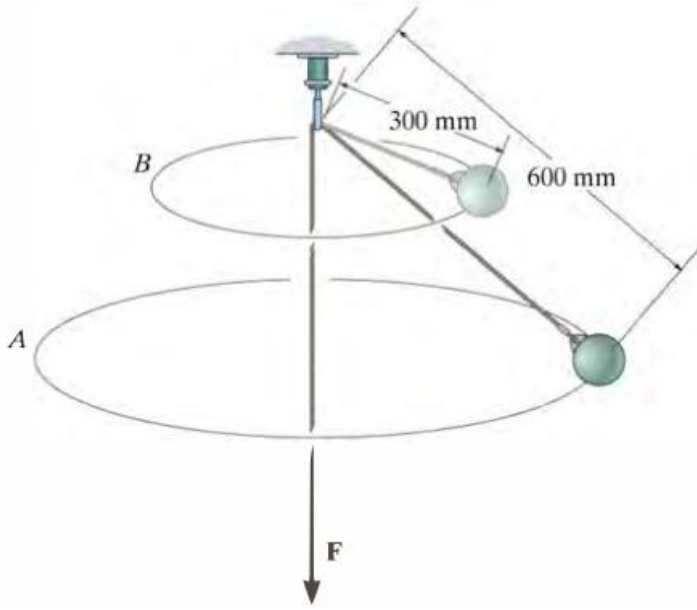
SORU 9:



yüklenmemiş uzunluğu 0.5m'dir.

$r=1.5\text{m}$ olduğu anda 5 kg kütleli bir disk üzerine bağlı olduğu elastik ipe dik bir yönde 5m/s'lik ilk hızı verilmiştir. Diskin hızını ve elastik ipteki kısılmanın hızını $r=1.2\text{m}$ konumu için hesaplayın. Diskin kaydığı yüzeyde sürtünme ihmal edilebilir. Elastik ipin

SORU 10:



Şekilde gösterilen 2 kg kütlesi olan cisim bir ipe bağlanmış ve şekilde 'A' yörüngesini dönecek şekilde hareket verilmiştir. İpin diğer ucundan ip gergin ve dengede kalacak şekilde tutulmaktadır. Bu yörünge üzerindeki dönüş hızı 1.5 m/s'dir. Eğer ipi çeken kuvvet F arttırılsa cisim yükselmekte ve 'B' yörüngesi etrafında dönmeye

başlamaktadır. Cismin bu yeni yörüngedeki hızını ve bu yörünge değişimi sırasında F kuvveti tarafından yapılan işi bulun.

DİNAMİK (MAK 203)

BÖLÜM 16

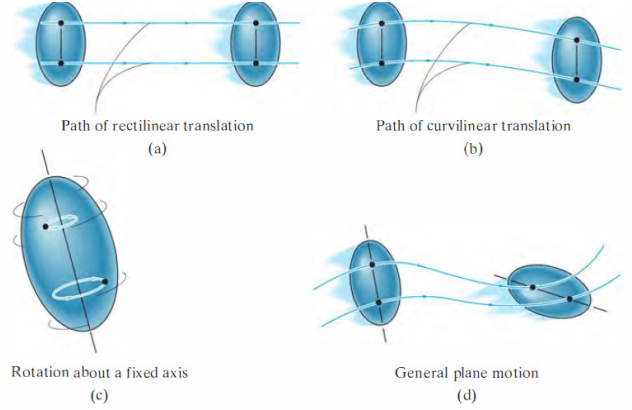
Bir Rijit Cismin Düzlemsel Kinematığı

16.1: Düzlemsel Rijit Cisim Hareketi

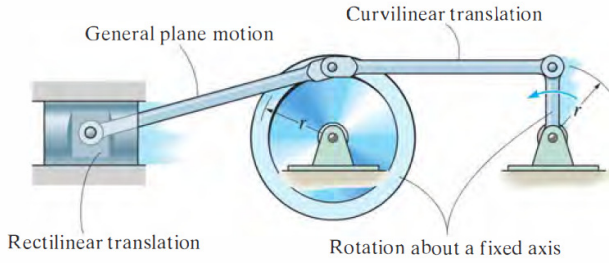
Eğer rijit bir cismin bütün parçacıkları sabit bir düzlemde eşit uzunluktaki yörüngeler boyunca hareket ediyorsa, cisim düzlemsel hareket ediyor demektir. Bu hareket türü genellikle dişli, kam ve mekanizmaların tasarımında kullanılır.

Karmaşıklığı artan sırada olmak üzere 3 tür düzlemsel hareket vardır.

1. Öteleme (a-b),
2. Sabit bir eksen etrafında dönme (c)
3. Genel düzlemsel hareket (d)
(öteleme + dönme)

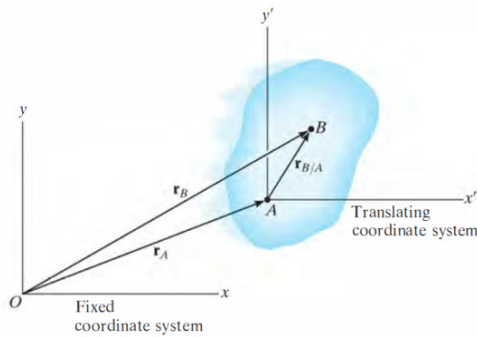


Bir mekanik sistemin farklı elemanları farklı tür düzlemsel hareketler yapabilirler.



16.2: Öteleme

Öteleme hareketi yapan bir cisim üzerindeki tüm noktalar aynı hız ve ivme ile hareket eder.

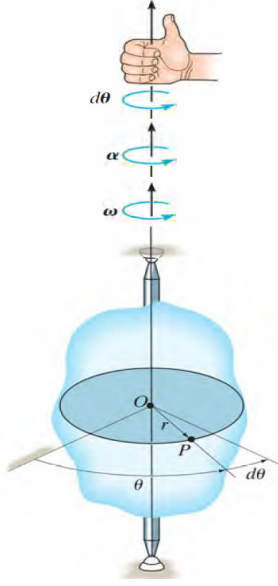


Konum: $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$

Hız: $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \frac{d\vec{r}_{B/A}}{dt} \rightarrow \vec{v}_B = \vec{v}_A$

İvme: $\vec{a}_B = \vec{a}_A$

16.3: Sabit Bir Eksen Etrafında Dönme



Açısal Yerdeğiştirme $d\theta$

Açısal Hız $\omega = \frac{d\theta}{dt} \equiv \dot{\theta}$

Açısal İvme $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \equiv \ddot{\theta}$

$$\alpha d\theta = \omega d\omega$$

Sabit Açısal İvme ($\alpha = \alpha_c$)

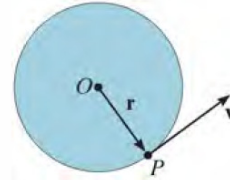
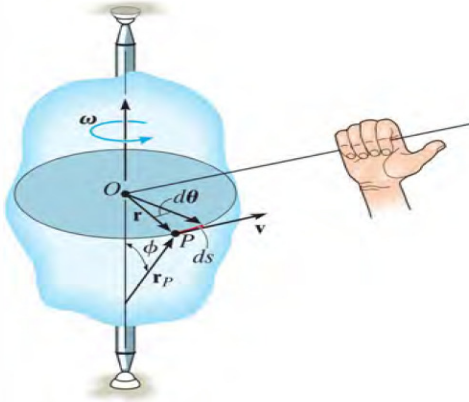
$$\omega = \omega_0 + \alpha_c t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha_c t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_0)$$

Bir Cismin Üzerindeki Bir P Noktasının Hareketi

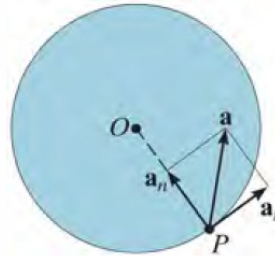
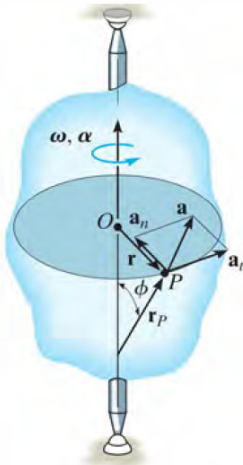
Hız:



$$v = \omega r$$

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_P$$

İvme:



$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r}_P + \boldsymbol{\omega} \times \frac{d\mathbf{r}_P}{dt}$$

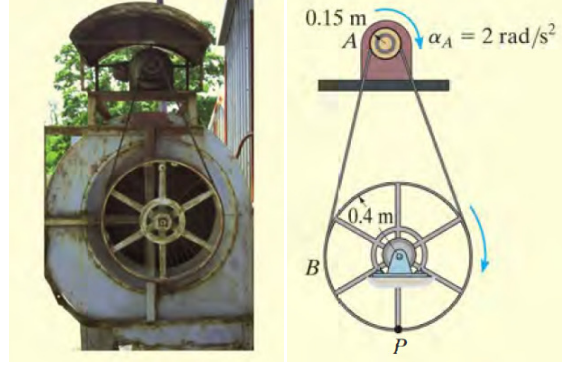
$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_P + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_P)$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n$$

$$= \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} - \omega^2 \mathbf{r}$$

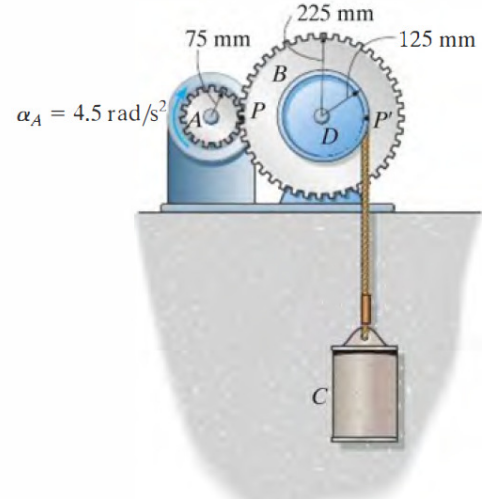
Soru 1:

Şekildeki motor bağlı olduğu kayış yardımıyla tekerleği döndürmektedir. Eğer hareket durağan halden ve 2 rad/s^2 olan ivme ile başlıyorsa, motor 2 tur döndükten sonra P noktasının hızı ve ivmesini bulunuz.



Soru 2:

A motoru bağılı bulunduğu dişliyi 4.5 rad/s^2 açısal ivme ile döndürmektedir. C kovanının hareket başladıktan 3 saniye sonra sahip olacağı hızı ve 3 saniye içinde katedeceği toplam mesafeyi hesaplayınız.



16.4: Mutlak Genel Düzlemsel Hareket Analizi

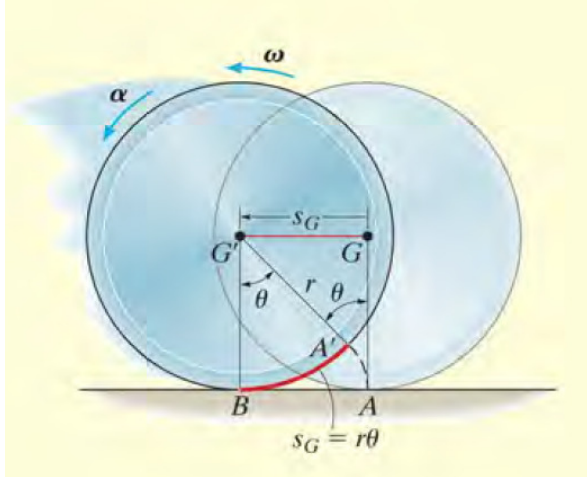
Genel düzlemsel hareket yapan bir cisim hem öteleme hem de dönme hareketi yapar. Hareketin geometrisi göz önüne alınarak iki tür hareketin koordinatları ilişkilendirilebilir. Bunun için konum-koordinat denklemleri ya da zamana göre türevler kullanılabilir. Amaç $s = f(\theta)$ yazabilmektir.

Öteleme hareketi için 's' konum koordinatı

Dönme hareketi için ' θ ' açısal konum koordinatı

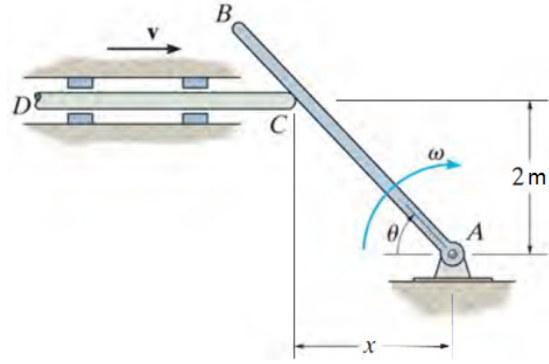
Örnek:

Kaymadan dönme.



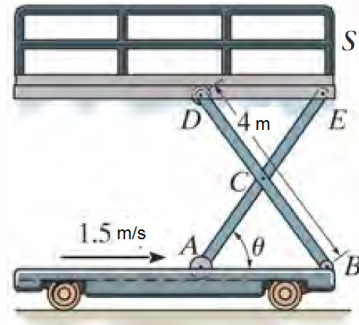
Soru 3:

CD çubuğu AB çubuğuna bastırarak dönmesine yol açmaktadır. Eğer AB çubuğunun açısal hızı sabit ve $\omega = 5 \text{ rad/s}$ ise, DC'nin sahip olması gereken V hızını θ 'nın fonksiyonu olarak bulunuz.



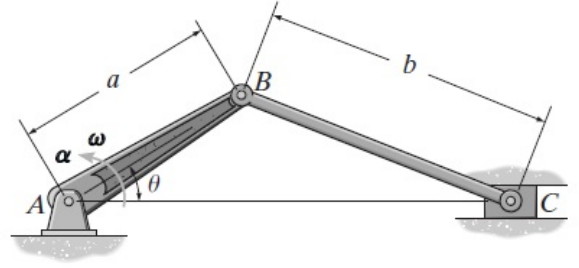
Soru 4:

S iskelesi, A tekerleğinin B noktasına yaptığı hareket sayesinde yükseltilmektedir. A tekerleğinin hızı 1.5 m/s olduğu anda, platformun yukarıya doğru hızı ne olur? (C noktasında çubuklar birbirine pimle bağlıdır)



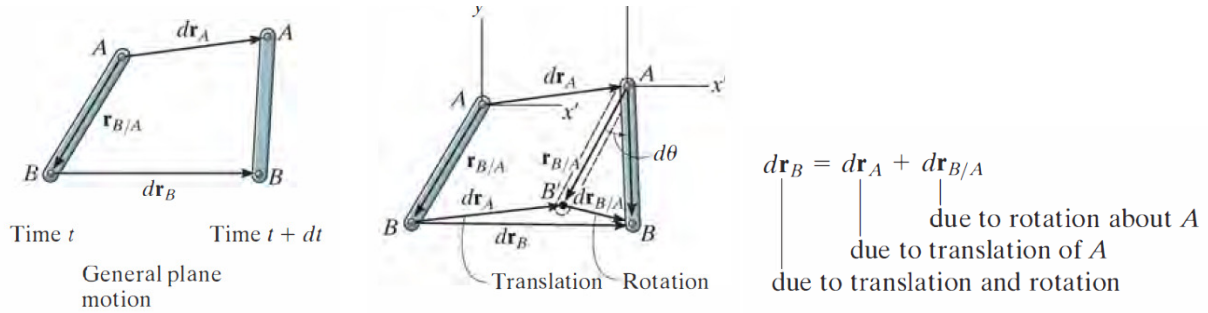
Ekstra soru:

Theta açısı 30 derece olduğu anda, AB çubuğu 10 rad/s açısal hız ve 2 rad/s² açısal ivme ile dönmektedir. Bu anda, BC çubuğunun açısal hızını ve açısal ivmesini hesaplayınız.
 $a = 0.3$ m, $b = 0.5$ m alınız.



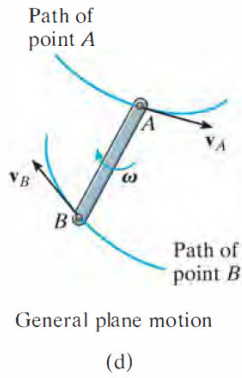
16.5: Bağlı Hareket Analizi: Hız

Öteleme ve dönmenin bileşiminden oluşan bir hareket yapan bir cisim, bağlı hareket analizi kullanılarak ayrı ayrı incelenebilir.

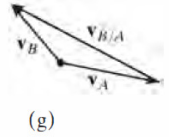
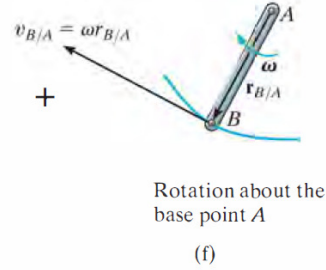
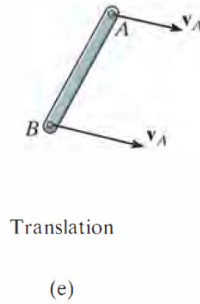


$$\frac{d\mathbf{r}_B}{dt} = \frac{d\mathbf{r}_A}{dt} + \frac{d\mathbf{r}_{B/A}}{dt}$$

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A}$$



=



$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{B/A}$$

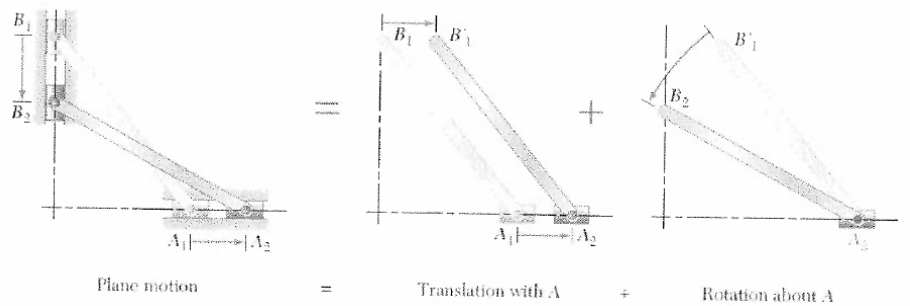
$\mathbf{v}_B$ = velocity of B

$\mathbf{v}_A$ = velocity of the base point A

$\boldsymbol{\omega}$ = angular velocity of the body

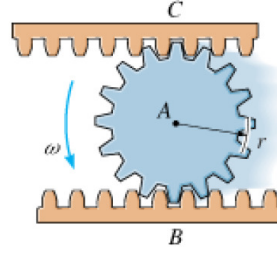
$\mathbf{r}_{B/A}$ = position vector directed from A to B

Örnek:



Soru 5:

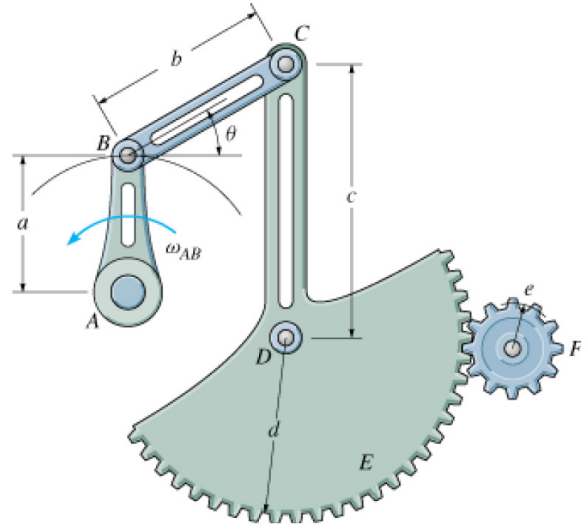
$r = 0.3$ m çapa sahip pinyon dişlisi $\omega = 4$ rad/s'lik bir açısal hızla sabit B dişli çubuğu üzerinde dönerek ilerlemektedir. C dişlisinin hızını belirleyiniz.



Soru 6:

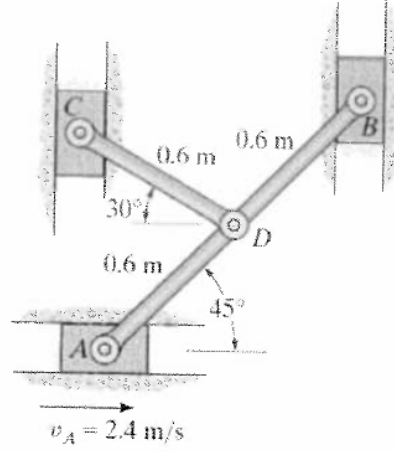
Eğer şekilde gösterilen anda $\omega_{AB} = 6$ rad/s ise, F dişlisinin açısal hızı ne olur?

$a = 75$ mm $b = 100$ mm
 $c = 150$ mm $d = 100$ mm
 $e = 25$ mm $\theta = 30^\circ$



Soru 7:

Eğer A bloğu sağa doğru 2,4 m/s hızla ilerliyorsa, gösterilen anda B ve C bloklarının hızlarını hesaplayınız. CD elemanı, ADB elemanına pin ile bağlıdır.



16.6: Sıfır Hızlı Anlık Merkez

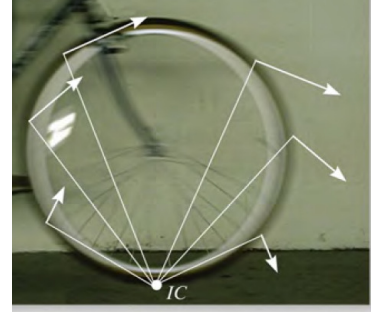
Bir cisim üzerinde yer alan herhangi bir B noktasının hızı, verilen anda A taban noktası sıfır hıza sahip bir nokta seçilirse, basit bir şekilde elde edilebilir.

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{B/A} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{B/A}$$

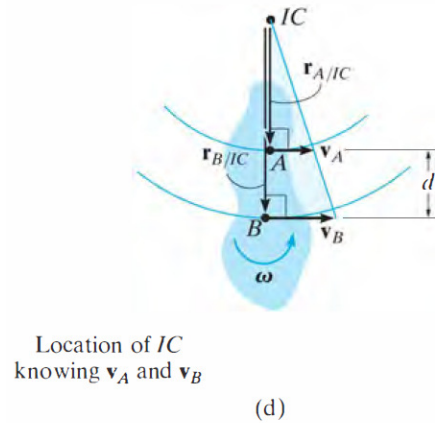
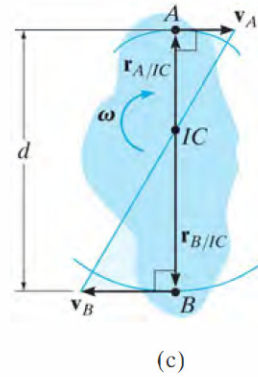
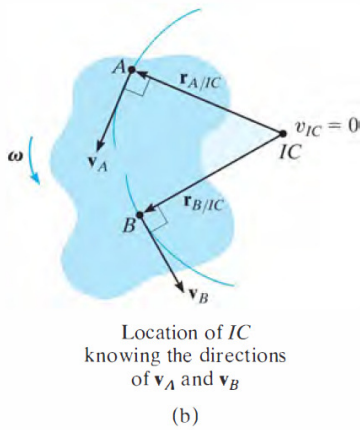
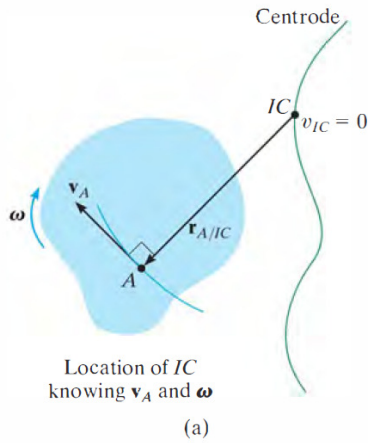
Seçilen A noktasına anlık dönme merkezi (DM) denir (İngilizce: Instantaneous center of zero velocity - IC). Bu nokta sıfır hızlı anlık eksen üzerinde yer alır.

B noktası DM etrafında anlık olarak dairesel bir yörüngede hareket eder.

Sıfır hızlı bir tekerin DM'si yandaki şekilde gibidir.



DM'nin konumunu belirlemek için çeşitli olasılıklar vardır:

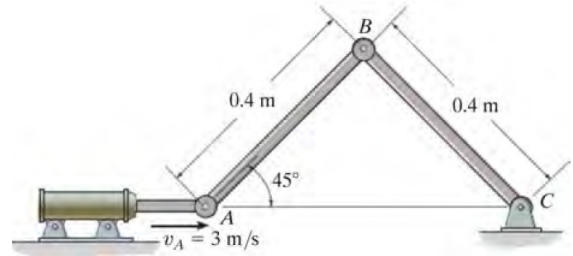


Soru 8:

Soru 6'yı anlık hız merkezi analizi kullanarak çözüň.

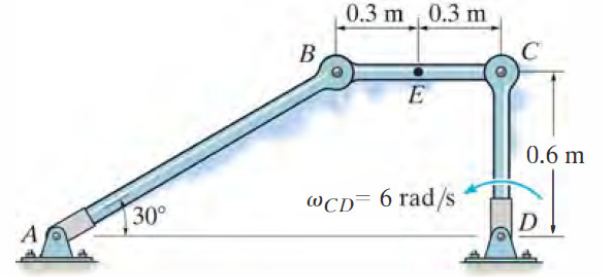
Soru 9:

Eğer A silindiri 3 m/s bir hıza sahip ise, şekilde gösterilen anda BC çubuğunun açısal hızı nedir?



Soru 10:

CD çubuğu 6 rad/s bir hıza sahipse, E noktasının hızını ve AB çubuğunun açısal hızını hesaplayınız.



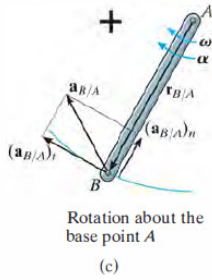
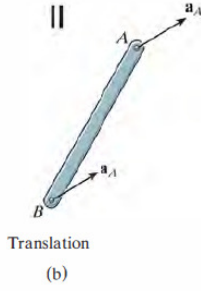
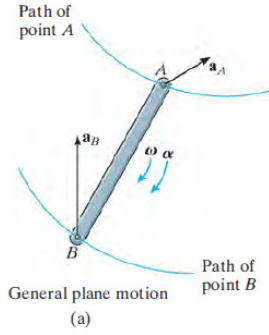
16.7: Bağlı Hareket Analizi: İvme

Eğer bağıl hız denkleminin zaman türevi alınırsa

$$\frac{d\mathbf{v}_B}{dt} = \frac{d\mathbf{v}_A}{dt} + \frac{d\mathbf{v}_{B/A}}{dt}$$

Bu denklemde eğer cisim A noktasından geçen bir eksen etrafında dönüyormuş gibi ifade edilirse:

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{B/A})_t + (\mathbf{a}_{B/A})_n$$



$\mathbf{a}_B$ = acceleration of point B

$\mathbf{a}_A$ = acceleration of point A

$(\mathbf{a}_{B/A})_t$ = tangential acceleration component of B with respect to A . The *magnitude* is $(a_{B/A})_t = \alpha r_{B/A}$, and the *direction* is perpendicular to $\mathbf{r}_{B/A}$.

$(\mathbf{a}_{B/A})_n$ = normal acceleration component of B with respect to A . The *magnitude* is $(a_{B/A})_n = \omega^2 r_{B/A}$, and the *direction* is always from B towards A .

Üstteki denklemimiz aynı zamanda şu şekilde de ifade edilebilir:

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_{B/A} - \omega^2 \mathbf{r}_{B/A}$$

$\mathbf{a}_B$ = acceleration of point B

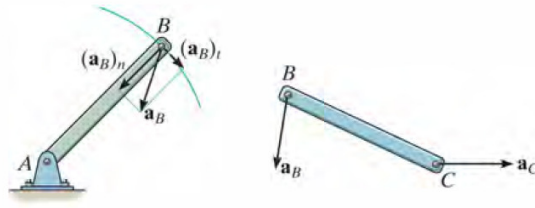
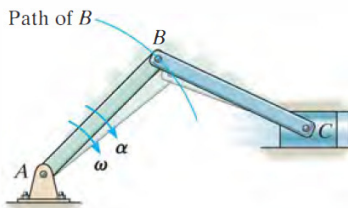
$\mathbf{a}_A$ = acceleration of the base point A

$\boldsymbol{\alpha}$ = angular acceleration of the body

$\boldsymbol{\omega}$ = angular velocity of the body

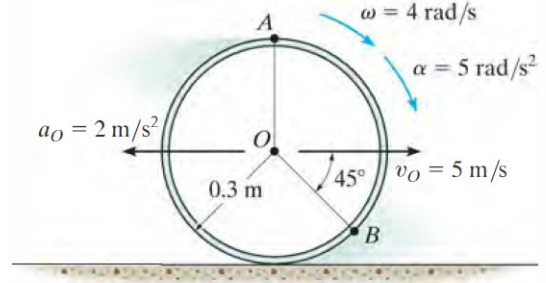
$\mathbf{r}_{B/A}$ = position vector directed from A to B

Alttağı örnekte bu durum incelenebilir.



Soru 11:

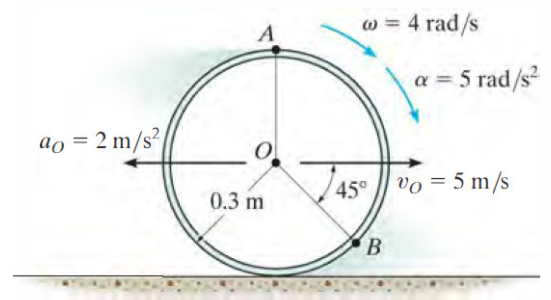
Şekildeki çember 4 rad/s bir açısal hıza ve 5 rad/s² bir açısal ivmeye sahiptir ve pürüzlü bir yüzey üzerinde çevrilmektedir. Çemberin merkezi de 5 m/s bir hıza ve 2 m/s² bir ivmeye sahiptir. Hız ve ivmelerin yönleri şekilde gösterilmiştir. Gösterilen anda A ve B noktalarının ivmelerini hesaplayınız.



BİRİNCİ YOL:

Soru 11:

Şekildeki çember 4 rad/s bir açısal hıza ve 5 rad/s² bir açısal ivmeye sahiptir ve pürüzlü bir yüzey üzerinde çevrilmektedir. Çemberin merkezi de 5 m/s bir hıza ve 2 m/s² bir ivmeye sahiptir. Hız ve ivmelerin yönleri şekilde gösterilmiştir. Gösterilen anda A ve B noktalarının ivmelerini hesaplayınız.

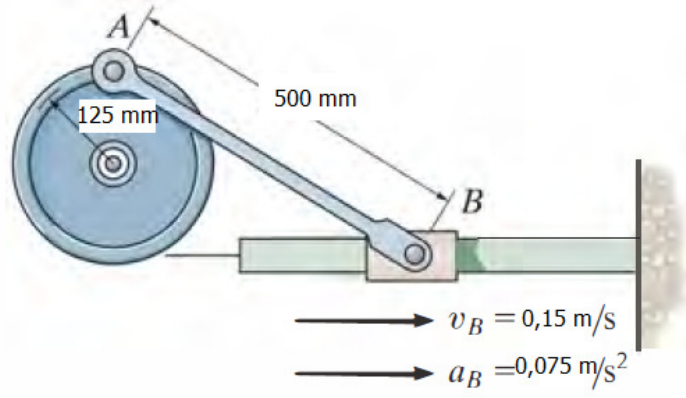


İKİNCİ YOL:

Soru 12:

Gösterilen şekilde tekerleğin sahip olacağı açısal ivmeyi hesaplayın.

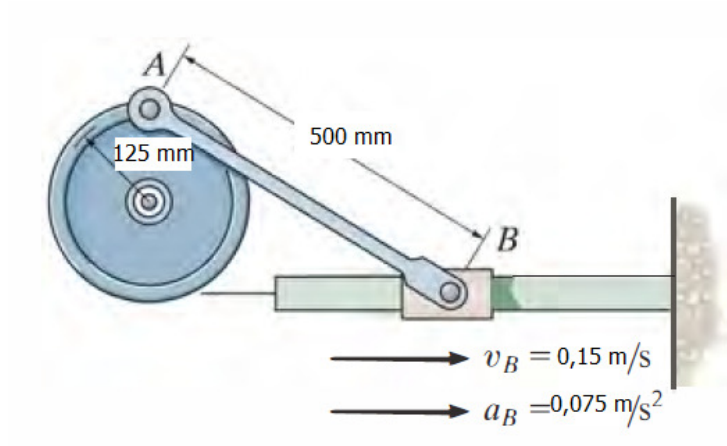
BİRİNCİ YOL:



Soru 12:

Gösterilen şekilde tekerleğin sahip olacağı açısal ivmeyi hesaplayın.

İKİNCİ YOL:

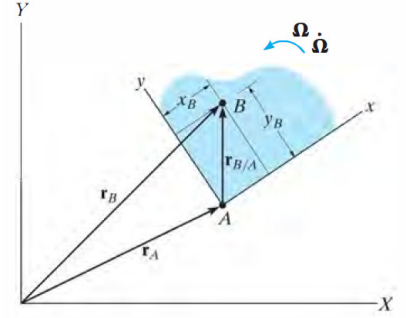


16.8: Dönen Eksenlerle Bağlı Hareket Analizi

Bazı problemlerde rijit cisimler (düzenekler) bağlantılarında kayma olacak şekilde bir araya gelmişlerdir.

Bu durumlarda en iyi kinematik analiz hem ötelenen hem de dönen bir koordinat sistemi kullanarak gerçekleştirir.

Bu bölümdeki analizde, biri, düzlemde hem ötelenen hem de dönen bir hareketli sistemin orijini olan, iki noktanın hız ve ivmesini bağlayan iki denklem oluşturulmuştur.



Hız denklemi:

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A} + (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz} \quad (16-24)$$

where

$\mathbf{v}_B$ = velocity of B , measured from the X, Y, Z reference

$\mathbf{v}_A$ = velocity of the origin A of the x, y, z reference, measured from the X, Y, Z reference

$(\mathbf{v}_{B/A})_{xyz}$ = velocity of “ B with respect to A ,” as measured by an observer attached to the rotating x, y, z reference

$\boldsymbol{\Omega}$ = angular velocity of the x, y, z reference, measured from the X, Y, Z reference

$\mathbf{r}_{B/A}$ = position of B with respect to A

İvme denklemi:

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_{B/A} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz} + (\mathbf{a}_{B/A})_{xyz} \quad (16-27)$$

where

$\mathbf{a}_B$ = acceleration of B , measured from the X, Y, Z reference

$\mathbf{a}_A$ = acceleration of the origin A of the x, y, z reference, measured from the X, Y, Z reference

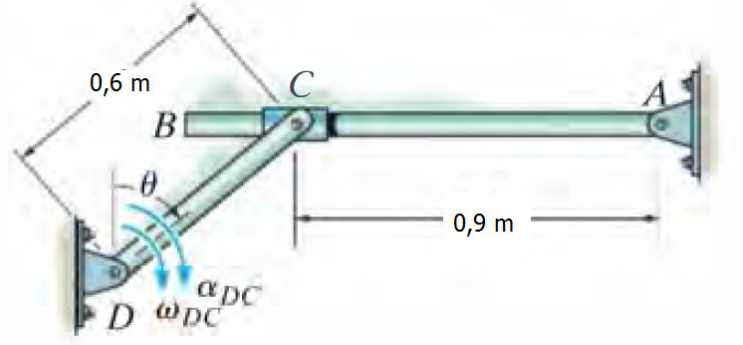
$(\mathbf{a}_{B/A})_{xyz}, (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz}$ = acceleration and velocity of B with respect to A , as measured by an observer attached to the rotating x, y, z reference

$\dot{\boldsymbol{\Omega}}, \boldsymbol{\Omega}$ = angular acceleration and angular velocity of the x, y, z reference, measured from the X, Y, Z reference

$\mathbf{r}_{B/A}$ = position of B with respect to A

Soru 13:

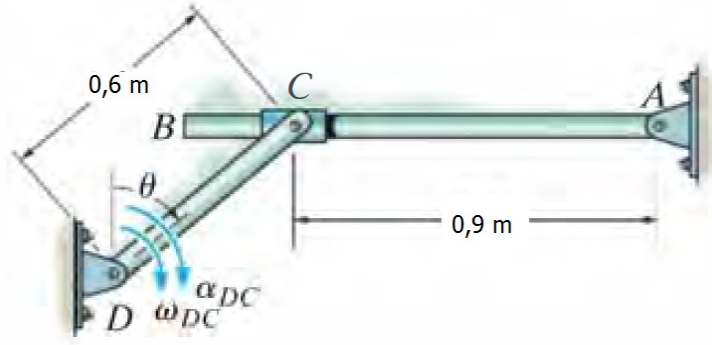
$\theta = 45^\circ$ olduğu anda DC linki
 $\omega_{DC} = 4 \text{ rad/s}$ ve $\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$
açısal hız ve ivmeye sahiptir.
Bu anda AB linkinin açısal
hız ve ivmesini hesaplayın.



BİRİNCİ YOL:

Soru 13:

$\theta = 45^\circ$ olduğu anda DC linki $\omega_{DC} = 4 \text{ rad/s}$ ve $\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$ açısal hız ve ivmeye sahiptir. Bu anda AB linkinin açısal hız ve ivmesini hesaplayın.

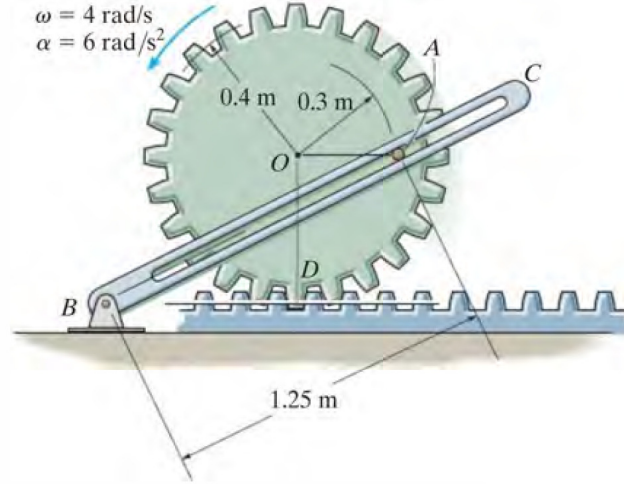


İKİNCİ YOL:

Soru 14:

Şekildeki A pimi dişliye
tutturulmuştur. Gösterilen
anda BC oluklu bağlantısının
açısal hız ve ivmesini
hesaplayın.

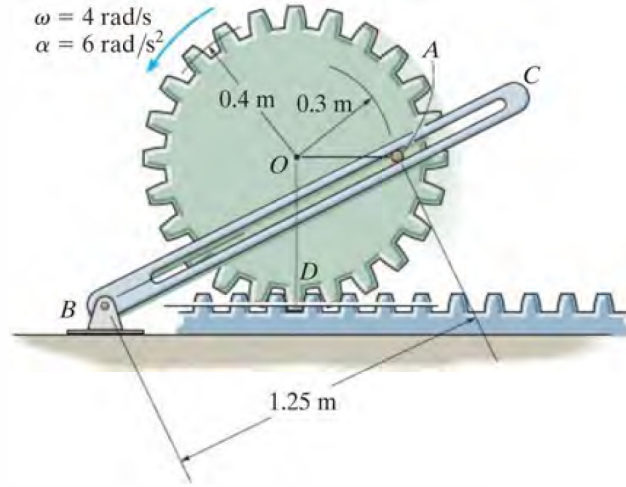
BİRİNCİ YOL:



Soru 14:

Şekildeki A pimi dişliye
tutturulmuştur. Gösterilen
anda BC oluklu bağlantısının
açısal hız ve ivmesini
hesaplayın.

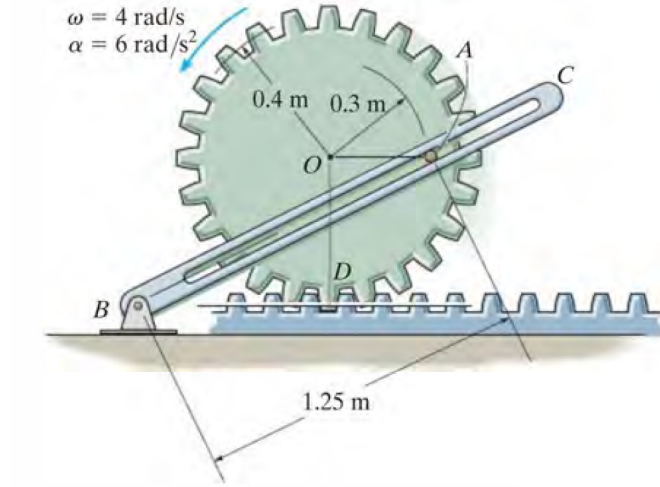
İKİNCİ YOL (konvansiyonel x-y):



Soru 14:

Şekildeki A pimi dişliye
tutturulmuştur. Gösterilen
anda BC oluklu bağlantısının
açısal hız ve ivmesini
hesaplayın.

İKİNCİ YOL (BC elemanına göre x-y):

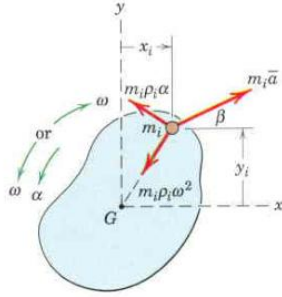


DİNAMİK (MAK 203)

BÖLÜM 17

Bir Rijit Cismin Düzlemsel Kinetiği: Kuvvet ve İvme

17.1 Kütle Atalet Momenti

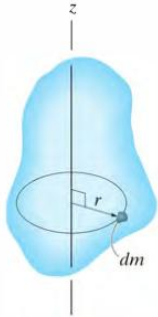


$$M_{G_i} = m_i \rho_i^2 \alpha + (m_i \bar{a} \sin \beta) x_i - (m_i \bar{a} \cos \beta) y_i$$

$$\Sigma M_G = \Sigma m_i \rho_i^2 \alpha + \bar{a} \sin \beta \Sigma m_i x_i - \bar{a} \cos \beta \Sigma m_i y_i$$

Ağırlık Merkezi 'G' için $\Sigma x = 0$, $\Sigma y = 0$

$$\Sigma M_G = \Sigma m_i \rho_i^2 \alpha = \bar{I} \alpha$$



$$I = \int_m r^2 dm$$

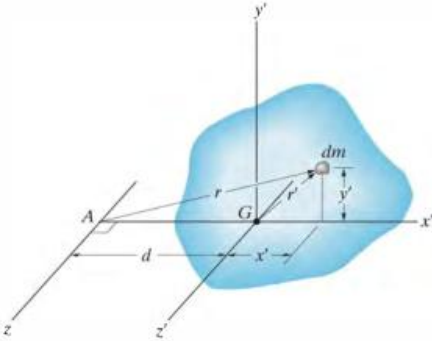
(Kütle Atalet Momenti)

$$dm = \rho dV$$

$$I = \int_V r^2 \rho dV$$

I_z cismin açısal ivmeye olan direncini gösterir.

Paralel Eksen Teoremi:



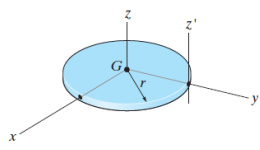
$$\begin{aligned} I &= \int_m r^2 dm = \int_m [(d + x')^2 + y'^2] dm \\ &= \int_m (x'^2 + y'^2) dm + 2d \int_m x' dm + d^2 \int_m dm \end{aligned}$$

$$I = I_G + md^2$$

z-eksenine göre z' eksenine göre

Eylemsizlik Yarıçapı (Radius of Gyration)

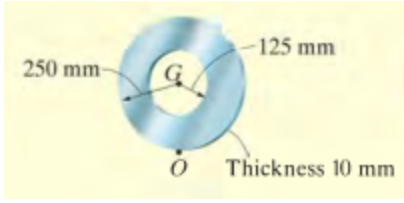
$$I = mk^2 \text{ or } k = \sqrt{\frac{I}{m}}$$



Thin Circular disk

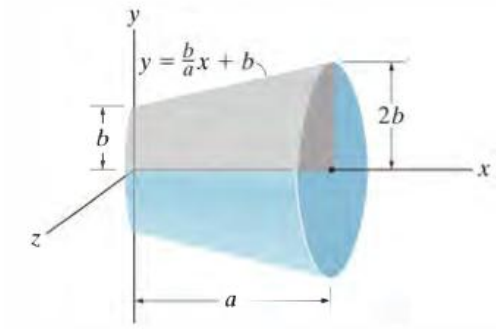
$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4}mr^2 \quad I_{zz} = \frac{1}{2}mr^2 \quad I_{z'z'} = \frac{3}{2}mr^2$$

SORU 1:



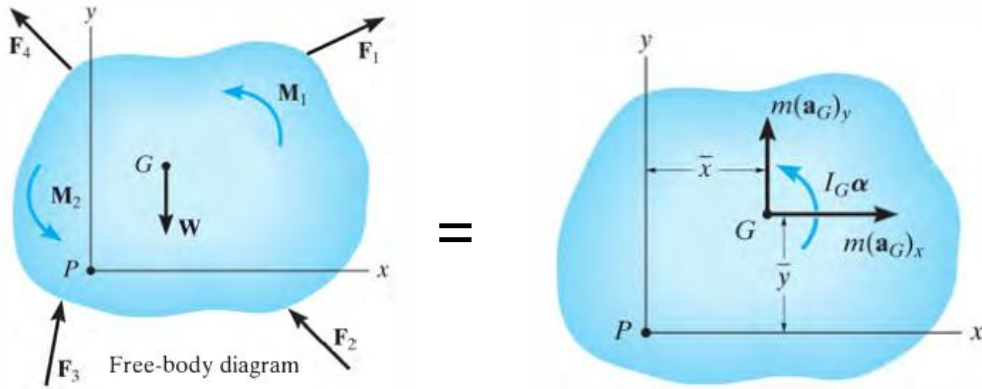
Yanda gösterilen plakanın kalınlığı 10mm'dir ve yapıldığı malzemenin özkütlesi 8000 kg/m³dir. Gösterilen cismin O noktasından geçen sayfaya dik bir eksene göre atalet momenti nedir?

SORU 2:



Yanda gösterilen cisim için atalet momentini x-ekseni etrafındaki dönüş için hesaplayın. (Cismin toplam kütlesi 'm' ve özkütlesi 'ρ'dur)

17.2 Düzlemsel Hareketin Kinetik Denklemi



Öteleme Hareket Denklemi:

$$\sum \vec{F} = \vec{a}_G \quad (1)$$

$$\sum F_x = m(a_G)_x \quad (1)$$

$$\sum F_y = m(a_G)_y \quad (2)$$

Dönme Hareket Denklemi:

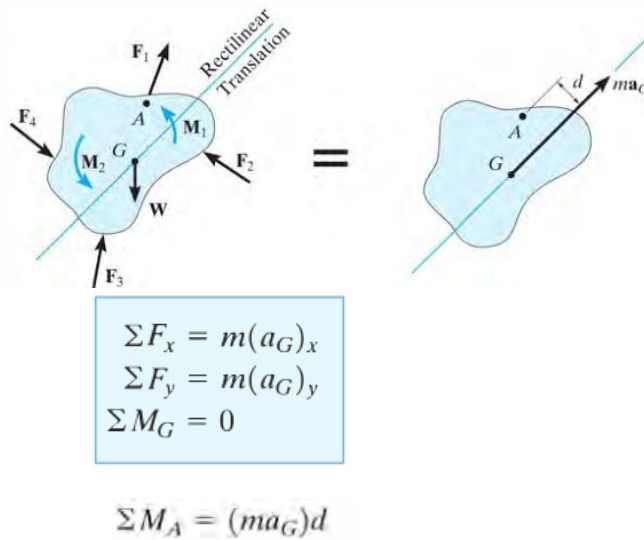
$$\sum M_G = I_G \alpha \quad \text{ya da} \quad (3)$$

$$\hookrightarrow \sum M_P = -\bar{y}m(a_G)_x + \bar{x}m(a_G)_y + I_G \alpha$$

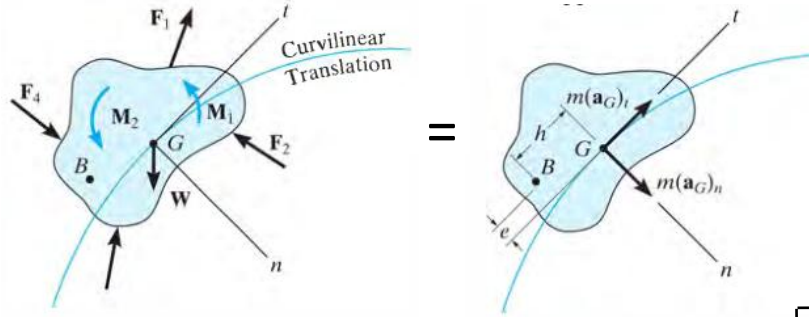
Yukarıda gösterilen üç bağımsız skaler denklem çözüm için kullanılır.

17.3. Hareke Denklemleri- Öteleme

Doğrusal Öteleme:

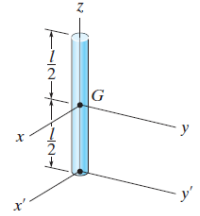


Eğrisel Öteleme:



$$\begin{aligned}\sum F_n &= m(a_G)_n \\ \sum F_t &= m(a_G)_t \\ \sum M_G &= 0\end{aligned}$$

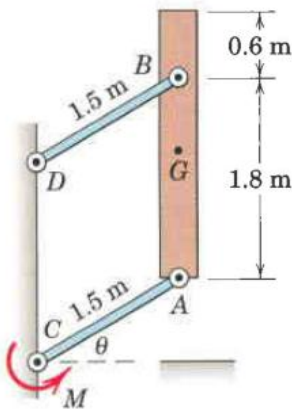
$$\sum M_B = e[m(a_G)_t] - h[m(a_G)_n]$$



Slender Rod

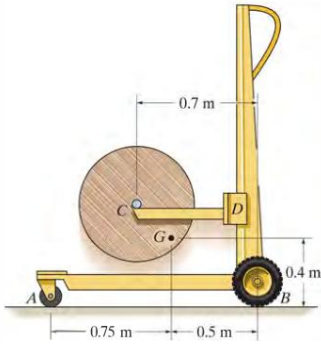
$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{12} ml^2 \quad I_{x'x'} = I_{y'y'} = \frac{1}{3} ml^2 \quad I_{z'z'} = 0$$

SORU 3:



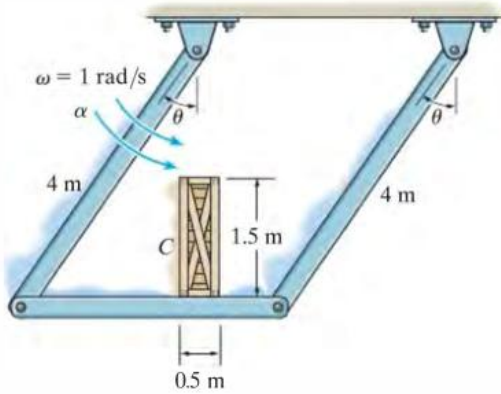
Şekilde gösterilen çubuğun kütlesi 150 kg'dır ve ağırlık merkezi 'G' çubuğun orta noktasındadır. Çubuk $\theta=0^\circ$ noktasından durağan konumdan harekete başlamıştır ve $M=5\text{kN.m}$ momenti yandaki AC uzuvuna 'C' noktasından etkiyerek çubuğu harekete geçirmiştir. AC ve BD uzuvlarının sahip olduğu açısal ivmeyi θ 'nın fonksiyonu olarak hesaplayın. BD uzuvu üzerindeki kuvveti $\theta=30^\circ$ konumu için bulun. (BD ve AC uzuvlarının kütlesi ihmal edilebilir.)

SORU 4:



Şekilde gösterilen 70 kg kütleli forkliftin ağırlık merkezi 'G' noktasındadır. Ağırlığı 120 kg olan bir yük 3m/s^2 ivme ile kaldırılmaktadır. Yük simetrik olarak araca dağılmaktadır. Tekerlekler üzerinde oluşan kuvveti bulun.

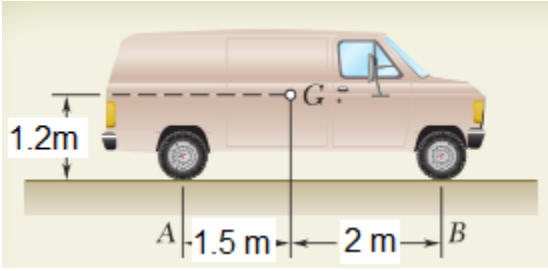
SORU 5:



50 kg kütleli bir C kasası sürtünme katsayısı $\mu=0.5$ olan bir platform üzerinde durmaktadır. Eğer $\theta=30^\circ$ konumunda destekleyici çubukların açısal hızı $\omega=1\text{ rad/s}$ ve açısal ivmesi $\alpha=0.5\text{ rad/s}^2$ ise kasa üzerine etkiyen sürtünme kuvvetini bulun.

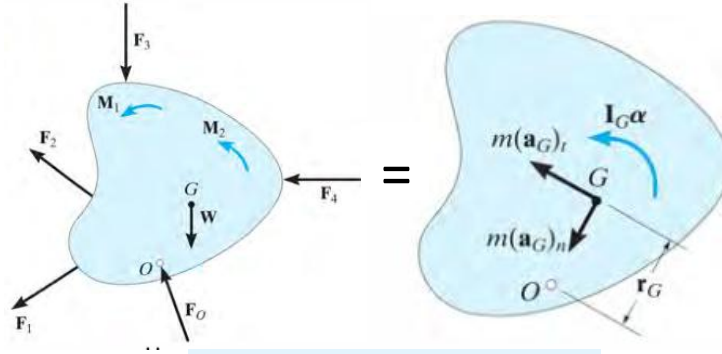
(Kasanın platforma göre bağıl hareketi olmadığını varsayın)

SORU 6:



Gösterilen kamyonet 10 m/s hız ile giderken aniden frene basılıyor ve kamyonet 7m mesafede duruyor. Tekerleklerdeki tepki kuvvetini ve sürtünme kuvvetini hesaplayınız (Aracın ağırlığı cinsinden).

17.4. Hareket Denklemleri: Sabit Bir Eksen Etrafında Dönüş



$$\Sigma F_n = m(a_G)_n = m\omega^2 r_G$$

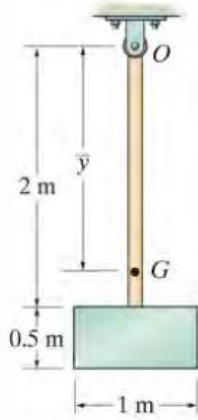
$$\Sigma F_t = m(a_G)_t = m\alpha r_G$$

$$\Sigma M_G = I_G \alpha$$

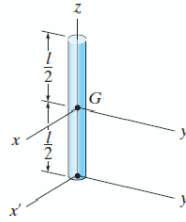
$$\Sigma M_O = r_G m(a_G)_t + I_G \alpha$$

$$\Sigma M_O = (I_G + r_G^2) \alpha = I_O \alpha \text{ (parallel eksen teoremi)}$$

SORU 7:

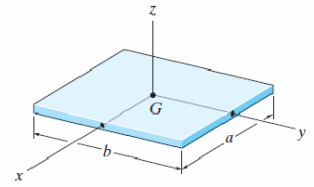


Yanda gösterilen sarkaç 3kg ince bir çubuk ve 5 kg'lık bir ince levhadan oluşmuştur. Sarkacın ağırlık merkezini ($\bar{y}$) bulun. 'G' noktasından sayfaya dik olarak geçen bir eksen etrafında dönüş için kütle atalet momentini bulunuz.



Slender Rod

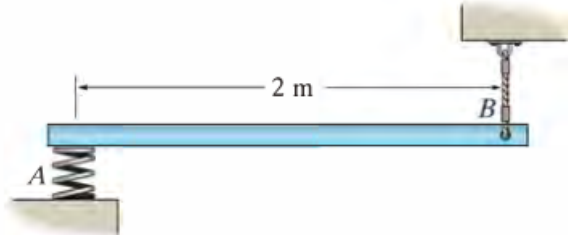
$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{12} ml^2 \quad I_{x'x'} = I_{y'y'} = \frac{1}{3} ml^2 \quad I_{z'z'} = 0$$



Thin plate

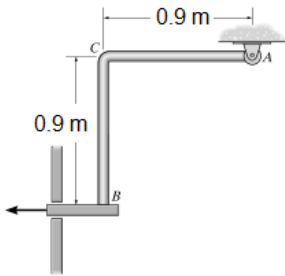
$$I_{xx} = \frac{1}{12} mb^2 \quad I_{yy} = \frac{1}{12} ma^2 \quad I_{zz} = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$$

SORU 8:



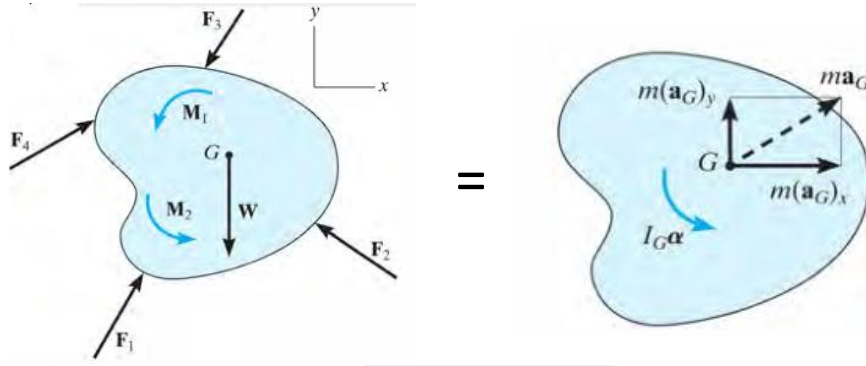
Yanda gösterilen ince çubuk A yayı ve B ipi tarafından desteklenmiş ve yatay olarak durmaktadır. B ipi kesildiği anda çubuğun açısal ivmesini ve ağırlık merkezinin ivmesini bulun. Çubuğun kütlesi 4 kg'dır.

SORU 9:



Yanda gösterilen sistemde B noktasındaki destek aniden çekilirse A mafsalında oluşan kuvvetin bileşenlerinin değerlerini bulun. AC ve BC parçasının kütlesi 5 kg'dır.

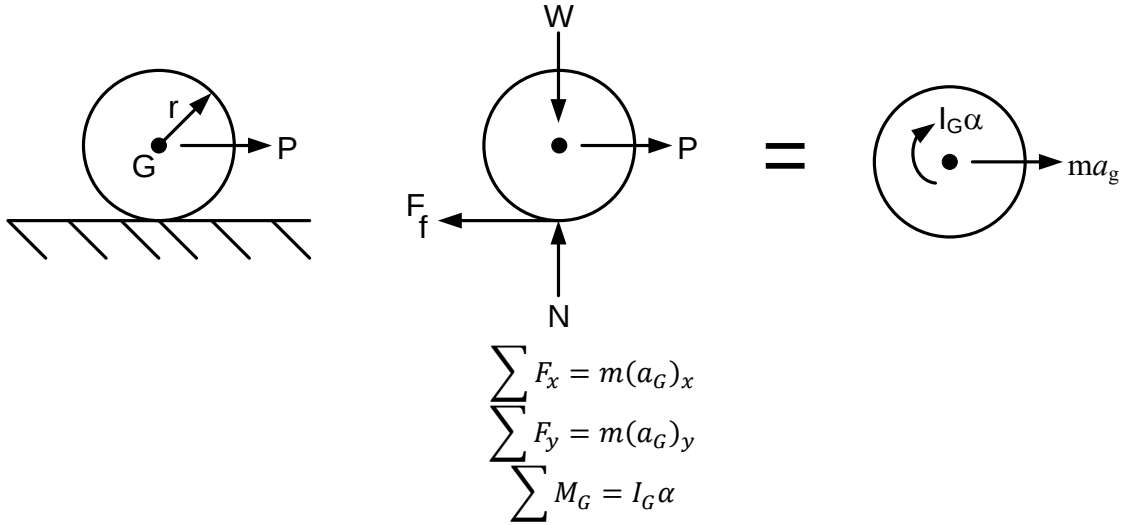
17.5 Hareket Denklemleri: Genel Hareket Denklemleri



$$\begin{aligned}\sum F_x &= m(a_G)_x \\ \sum F_y &= m(a_G)_y \\ \sum M_G &= I_G \alpha \\ \sum M_P &= \sum (\mathcal{M}_k)_P\end{aligned}$$

Eğer hareket denklemlerinin sayısından daha fazla bilinmeyen var ise kinematik analiz aracılığı ile ek denklemler bulunur.

Sürtünmeli Dönme Problemleri:



Hareket denklemleri:

$$\begin{aligned}P - F_f &= m a_G \\ N - W &= 0 \\ F_f r &= I_G \alpha\end{aligned}$$

Bilinmeyenler a_G , α , F_f ve N ancak 3 denkleminiz var. 4. Denklemler kaymasız dönme varsayımından gelir.

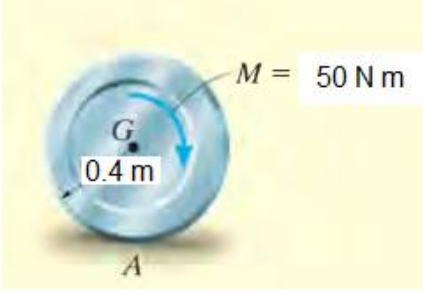
$$a_G = \alpha r$$

Bilinmeyenler bulunduğundan sonra kaymama varsayımı kontrol edilir: $F_f \leq \mu_s N$ doğru ise varsayım doğrudur
 $F_f > \mu_s N$ doğru ise varsayım hatalıdır

Varsayım hatalı ise yeni 4. Denklemler aşağıdaki gibi yazılır:

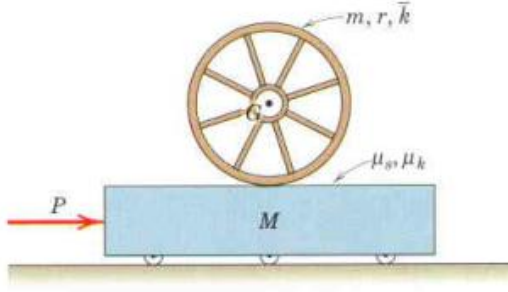
$$F_f = \mu_k N \quad \text{kullanılır ve çözüm yeniden yapılır.}$$

SORU 10:



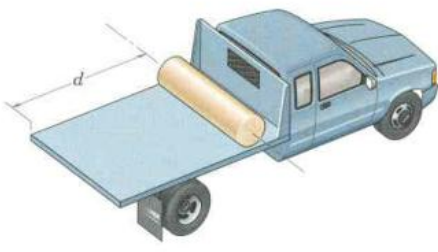
Şekilde gösterilen tekerlek 25 kg kütleli ve eylemsizlik yarıçapı $k_G=0.2\text{ m}$ 'dir. Eğer 50 N.m büyüklüğünde bir moment tekerleğe etkirse tekerleğin ağırlık merkezinin ivmesini bulun. Tekerlek ile zemin arasındaki sürtünme katsayıları $\mu_k=0.25$ ve $\mu_s=0.30$ 'dır.

SORU 11:



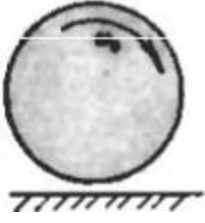
Yanda gösterilen sistemde tekerleğin kaymadan yuvarlanmasını sağlayacak P 'nin en büyük değerini bulun. Tekerleğin kütlesi ' m ', yarıçapı ' r ', eylemsizlik yarıçapı ' k 'dır. Tekerlek ile platform arasındaki statik ve dinamik sürtünme katsayıları sırası ile μ_s ve μ_k 'dir.

SORU 12:



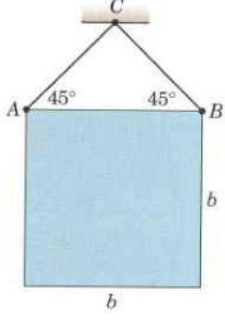
Başlangıç konumunda durağan durumda olan kamyonun arkasına içi dolu silindir şeklinde yük şekildeki gibi yüklenmiştir. Araç 'a' sabit ivmesi ile öne doğru hareketlenmektedir. Yük aracın ucundan düşme konumuna geldiğinde kamyon ne kadar yol almıştır? (Sürtünme kaymaya neden olmayacak kadar yüksektir)

SORU 13:



Kütlesi ' m ', yarıçapı, ' r ' ve eylemsizlik yarıçapı ' k ' olan bir disk ω_0 açısal hızı ile dönmektedir. Disk bu hızla dönerken bir yüzeye bırakılır. Yüzey ile disk arasındaki sürtünme katsayısı μ 'dür. Bırakıldıktan ne kadar süre sonra disk kaymadan yuvarlanmaya başlar.

SORU 14:



Kare ince bir levha iki ip tarafından ‘C’ noktasından tutturulmuştur. Eğer B noktasındaki ip koparsa, kopma anından hemen sonra AC ipindeki gerilme kuvveti ne olur.

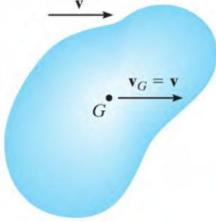
DİNAMİK (MAK 203)

BÖLÜM 18

Rijit Cismin Düzlemsel Kinetiği – İş ve Enerji

18.1 Kinetik Enerji

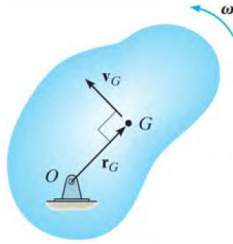
Öteleme:



$$\omega = 0$$

$$T = \frac{1}{2}mv_G^2$$

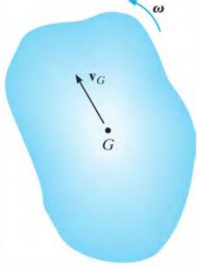
Sabit Bir Eksene Göre Dönme:



$$T = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2$$

$$T = \frac{1}{2}I_O\omega^2$$

Genel Düzlemsel Hareket:

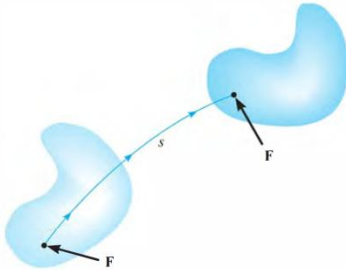


$$T = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2$$

$$T = \frac{1}{2}I_C\omega^2$$

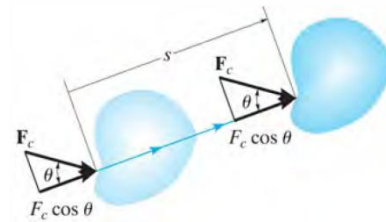
18.2 Bir Kuvvetin Yaptığı İş

Değişken Kuvvet:



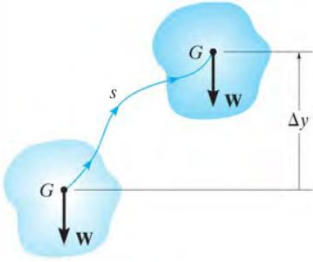
$$U_F = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_s F \cos \theta ds$$

Sabit Kuvvet:



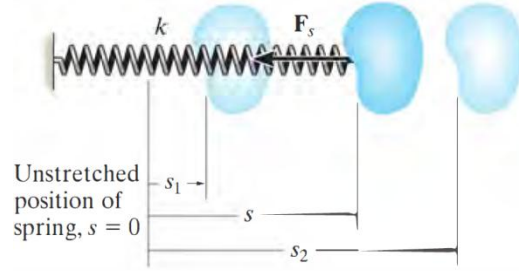
$$U_{F_c} = (F_c \cos \theta)s$$

Ağırlığın Yaptığı İş:



$$U_W = -W \Delta y$$

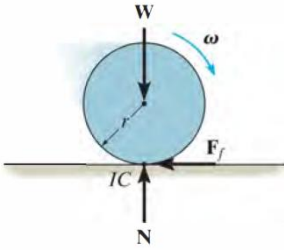
Yay Kuvvetinin Yaptığı İş:



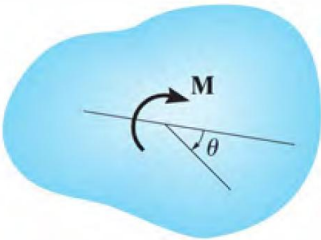
$$U_s = -\left(\frac{1}{2}ks_2^2 - \frac{1}{2}ks_1^2\right)$$

İş Yapmayan Kuvvetler:

- Cisim üzerinde hareketsiz noktalara etkiyen kuvvetler. (Örnek: Pimlerdeki mesnet tepkileri)
- Yer değiştirmeye dik olan kuvvetler. (Örnek: Yatay hareket yapan cisimlerde ağırlık, normal kuvvet)
- Kaymadan dönen bir diske etkiyen sürtünme kuvveti.



18.3 Momentin Yaptığı İş



$$U_M = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta$$

Eğer moment sabitse

$$U_M = M(\theta_2 - \theta_1)$$

18.4 İş ve Enerji İlkesi

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$$

$$\left(\frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2 \right)_1 + \text{Dış Kuvvetlerin Yaptığı İş} = \left(\frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2 \right)_2$$

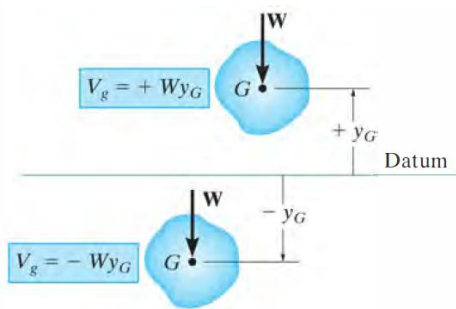
18.5 Enerjinin Korunumu

Sadece konserve kuvvetler (yapılan iş yoldan bağımsız) etkiyorsa, enerji korunur.

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

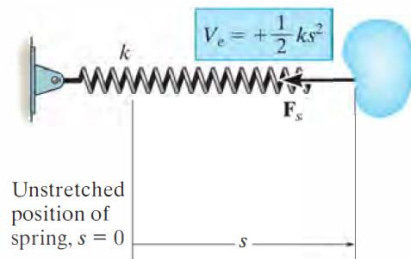
$$V = V_g + V_e$$

Yerçekimsel Potansiyel Enerji:



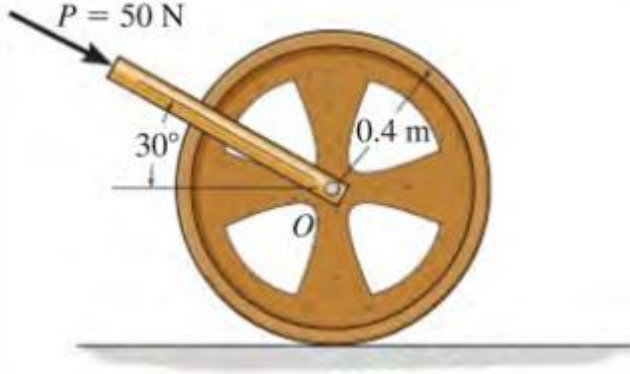
$$V_g = Wy_G$$

Elastik Potansiyel Enerji:



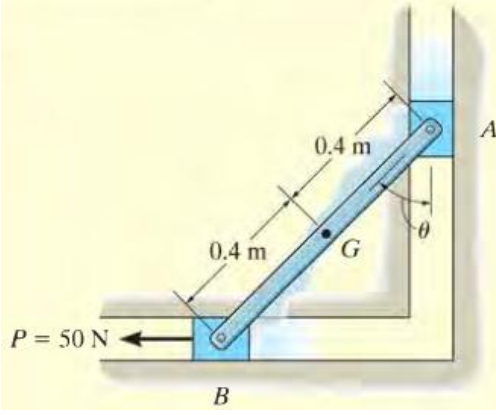
$$V_e = +\frac{1}{2}ks^2$$

SORU 1:



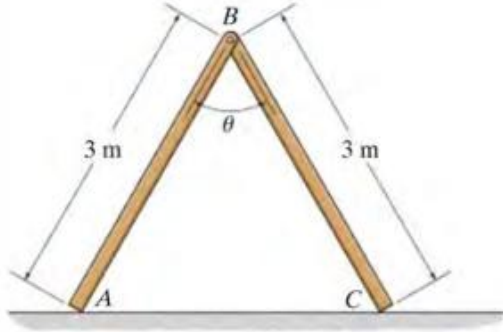
50 kg kütleli bir tekerlek üzerine gösterildiği gibi 50Nluk bir kuvvet etkimektedir. Tekerlek yüzeyde kaymadan dönmektedir. Tekerlek 10 tam tur döndükten sonra açısal hızı ne olur? Tekerleğin kendi ağırlık merkezi olan 'O' noktasına göre eylemsizlik yarıçapı 0.3m'dir.

SORU 2:

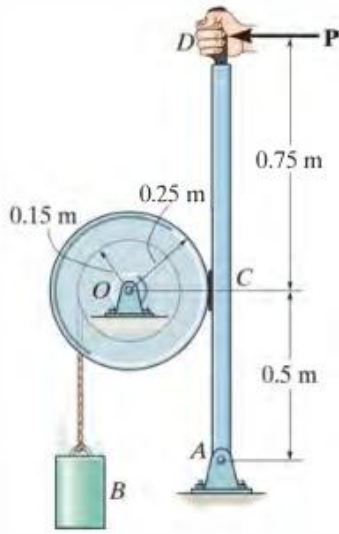


Yanda gösterilen sistem başlangıç noktasında $\theta=0^\circ$ konumundadır. B cisminde etkiyen 50Nluk kuvvet altında $\theta=45^\circ$ konumundan geçerken çubuğun açısal hızını bulun. (A ve B'nin kütleleri ve sürtünmeler ihmal edilebilir.) AB çubuğunun kütlesi 10 kg'dir.

SORU 3:

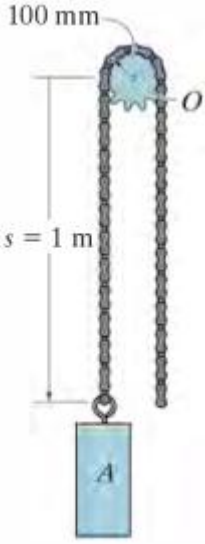


Şekilde gösterilen iki çubuğun her biri 10 kg'dır. İlk konumlarında durağan haldedirler ve $\theta=60^\circ$ konumundadırlar. $\theta=90^\circ$ konumunda çubukların açısal hızını bulun. Sürtünmeleri ihmal edin.

SORU 4:

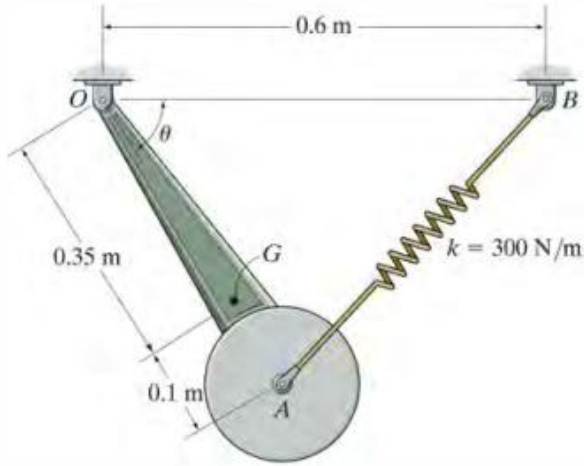
Şekilde gösterilen ip sarılmış silindirin kütlesi 50 kg'dır ve eylemsizlik yarıçapı 'O' noktasına göre 0.23m'dir. İpe tutturulmuş 'B' kütlesi 15kg'dır ve aşağıya doğru 3m/s hızı ile hareket etmektedir. Eğer $P=100\text{N}$ 'luk fren kuvveti fren koluna şekildeki gibi silindir duruncuya kadar uygulanıyorsa kuvvetin uygulandığı andan B kütlesi duruncuya kadar kütlenin aldığı yolu hesaplayın. Dinamik sürtünme katsayısı $\mu_k=0.5$.

SORU 5:



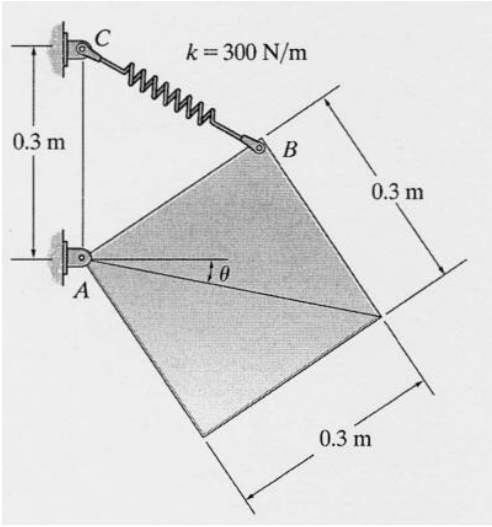
Yanda gösterilen ve dişliye dolanmış olan zincirin birim uzunluğunun kütlesi 0.8 kg/m 'dir. Dişlinin ağırlık merkezi olan 'O' noktasına göre eylemsizlik yarıçapı 50 mm 'dir ve kütlesi 2 kg 'dır. Eğer kütlesi 4 kg olan A yükü $s=1 \text{ m}$ konumundan bırakılırsa dişlini açısal hızı yük $s=2 \text{ m}$ konumuna geldiğinde ne olur? (Zincirin dişliye dolanan kütlesini ihmal edin)

SORU 6:



Yanda gösterilen 30 kg kütleli sarkacın ağırlık merkezi 'G' noktasıdır ve bu noktaya göre eylemsizlik yarıçapı 300mm'dir. Eğer sarkaç $\theta=0^\circ$ konumunda durağan halden bırakılırsa $\theta=90^\circ$ konumundan geçerken sarkacın açısal hızı ne olur? AB yayının direngenliği $k=300 \text{ N/m}$ ve esnememiş hali $\theta=0^\circ$ konumundadır.

SORU 7:



25 kg kütleli bir kare plaka A noktasından sabit bir yüzeye tutturulmuştur. B noktasındaki köşesinden ise $k=300\text{N/m}$ 'lik bir yay ile tutturulmuştur. Kare levha $\theta=0^\circ$ konumunda durağan haldedir ve hareketine bu noktadan başlamaktadır. $\theta=90^\circ$ konumunda levhanın açısal hızı nedir? Yayın esnememiş hali $\theta=0^\circ$ konumundadır.